1. L'integrale
$$\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\tan x + \tan^3 x}{2 + \tan^2 x}\, dx$$
vale

Risp.: $\boxed{A}$: $\frac{1}{2}(\log 5 + \log 3)$ $\boxed{B}$: $\frac{1}{2}(\log 5 - \log 3)$ $\boxed{C}$: $\log 5 + \log 3$ $\boxed{D}$: $\log 5$

---

2. Sia $\tilde{y}(x)$la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y' - \frac{y}{x} = \frac{8x}{1+x^2}\,, \\ y(1) = \pi\,. \end{cases}$$
Allora $\lim_{x\to+\infty} \frac{\tilde{y}(x)}{x}$ vale

Risp.: $\boxed{A}$: 2π $\boxed{B}$: π $\boxed{C}$: 3π $\boxed{D}$: 0

---

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{7y\sin x}{x+y^2} & \text{se } x + y^2 \neq 0 \\ 0 & \text{se } x + y^2 = 0 \end{cases}$$
e sia $v = (1,1)$. Allora delle seguenti affermazioni
(a) $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 0$ (b) $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$ (c) $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 7$ (d) $\frac{\partial f}{\partial v}(0,0) = 7$ (e) f non è differenziabile in $(0,0)$
le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{A}$: (a), (b), (d) $\boxed{B}$: (a), (b), (e) $\boxed{C}$: (a), (b), (d), (e) $\boxed{D}$: (b), (c), (e)

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $f(x,y) = x^2y + xy^2 - 6xy$. Allora f ammette

Risp.: $\boxed{A}$: un minimo locale e tre punti di sella $\boxed{B}$: un massimo locale e tre punti di sella $\boxed{C}$: un massimo locale e tre minimi locali $\boxed{D}$: un massimo locale, un minimo locale e due punti di sella

---

5. Si consideri la funzione $g(x,y) = e^{x^2y+xy^2-6xy}$ nel dominio $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x \geq 0\,, y \geq 0\,, x + y \leq 6\}$. Detti $m = \min_D f$ e $M = \max_D f$, delle seguenti affermazioni
(a) $m = e^{-8}$ (b) $M = 1$ (c) $M = 2$ (d) esistono infiniti punti di massimo (e) esistono infiniti punti di minimo
le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{A}$: (a), (c), (d) $\boxed{B}$: (a), (b), (e) $\boxed{C}$: (b), (e) $\boxed{D}$: (a), (b), (d)

---

6. La lunghezza della curva $\gamma(t) = e^{-2t}\cos t\,\overrightarrow{i} + e^{-2t}\sin t\,\overrightarrow{j}$, $\quad t \in [0,1]$, vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\sqrt{5}[1-e^{-2}]$ $\quad\boxed{\text{B}}$: $\frac{\sqrt{5}}{2}[1-e^{-2}]$ $\quad\boxed{\text{C}}$: $\frac{\sqrt{5}}{2}$ $\quad\boxed{\text{D}}$: 0

---

7. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $\vec{F} : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \times]-1,+\infty[\to \mathbb{R}^3$ definito da

$$\vec{F}(x,y,z) = \left[\alpha^2 x^7 y^2 + 2xy^8\right] \log^2(z+1)\vec{\imath} \\ + \left[8y^{\alpha^2-1}x^2 + 2yx^8\right] \log^2(z+1)\vec{\jmath} + \left[x^8y^2 + x^2y^8\right] \frac{2\log(z+1)}{z+1}\vec{k}\,.$$

Il campo vettoriale è conservativo se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha = \sqrt{8}$ $\quad\boxed{\text{B}}$: $\alpha = -\sqrt{8}$ $\quad\boxed{\text{C}}$: $\alpha = \pm\sqrt{8}$ $\quad\boxed{\text{D}}$: per nessun valore di α

---

8. L'integrale doppio

$$\int\!\!\int_T 6|x-1|\,dxdy,$$

dove T è la regione limitata compresa fra le curve $y = (x-1)^2$ e $y = (x-1)^4$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: -1 $\quad\boxed{\text{B}}$: $-\frac{3}{2}$ $\quad\boxed{\text{C}}$: $\frac{3}{2}$ $\quad\boxed{\text{D}}$: 1
