

Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond AMBL; \diamond CIVL; \diamond GESL.

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = -1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A con TUTTI I FOGLI DELLO SVOLGIMENTO e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale $\iint_T 8 \log(1 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq y \leq x\}$ vale

Ris.: $\boxed{\text{A}}$: $\pi \ln^2 3$ $\boxed{\text{B}}$: $2\pi(3 \ln 3 - 2)$ $\boxed{\text{C}}$: 0 $\boxed{\text{D}}$: $\pi[3 \log 3]$

2. Il dominio A della funzione $f : A \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = \sqrt{x - \sqrt{2 - x^2 - y^2}}$ è dato da

Ris.: $\boxed{\text{A}}$: $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, x^2 + y^2 \leq 2, x^2 + \frac{y^2}{2} \geq 1\}$ $\boxed{\text{B}}$: $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2, x^2 + \frac{y^2}{2} \geq 1\}$ $\boxed{\text{C}}$: $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, x^2 + y^2 < 2, x^2 + \frac{y^2}{2} > 1\}$ $\boxed{\text{D}}$: $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 2, x^2 + \frac{y^2}{2} > 1\}$

3. Sia data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = xe^{2x} + (y^3 - y)^3$. Allora essa ammette

Ris.: $\boxed{\text{A}}$: un punto di massimo relativo e quattro punti di minimo relativo $\boxed{\text{B}}$: un punto di minimo relativo e quattro punti di sella $\boxed{\text{C}}$: due punti di minimo relativo, due punti di massimo relativo ed un punto di sella $\boxed{\text{D}}$: quattro punti di minimo relativo e un punto di sella

4. Si considerino la funzione $g(x, y) = x + y$ e il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 2)^2 + y^2 \leq 2\}$.
Detti m e M il minimo ed il massimo di g su D , allora

Risp.: **A** : $m = 2 - 2\sqrt{2}$ e $M = 2 + 2\sqrt{2}$ **B** : $m = 2 - \sqrt{2}$ e $M = 2 + \sqrt{2}$ **C** : $m = 2 - 2\sqrt{2}$
e $M = 2 + \sqrt{2}$ **D** : $m = 0$ e $M = 4$

5. L'integrale $\int_{\frac{1}{2}\ln 3}^{\frac{1}{2}\ln 8} 3(e^{2x} + 1)^{-1/2} dx$ vale

Risp.: **A** : 6 **B** : 3 **C** : $\frac{3}{2} \ln \frac{3}{2}$ **D** : $3(\arctan 3 - \arctan 2)$

6. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -2y + (\arctan x)e^{-2x}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $y(1)$ vale

Risp.: **A** : $e^{-2}(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\ln 2)$ **B** : $e^2(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\ln 2)$ **C** : $\frac{e^{-2\pi^2}}{32}$ **D** : $\frac{e^2\pi^2}{32}$

7. La lunghezza della curva $\gamma : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}^3$ data da $\gamma(t) = (4t^2, 4t, \log t)$ vale

Risp.: **A** : $16 + \ln 2$ **B** : 0 **C** : $12 + \ln 2$ **D** : $\ln 2$

8. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e si consideri il campo vettoriale $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito da

$$\vec{F}(x, y, z) = (2x \sin 8y + 7y^2 e^{-z}) \vec{i} + (\alpha x^2 \cos 8y + 14y e^{-z} x + \sin z) \vec{j} + \beta y^2 e^{-z} x \vec{k}.$$

Allora \vec{F} è conservativo su tutto \mathbb{R}^3 se e solo se

Risp.: **A** : $\alpha = 8$ e per ogni β **B** : $\beta = -7$ e per ogni α **C** : per nessun valore di α, β
D : $\alpha = 8, \beta = -7$

1. L'integrale $\iint_T 8 \log(1 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq y \leq x\}$ vale

Risp.: **A** : $\pi \ln^2 3$ **B** : $2\pi(3 \ln 3 - 2)$ **C** : 0 **D** : $\pi[3 \log 3]$

2. Il dominio A della funzione $f : A \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = \sqrt{x - \sqrt{2 - x^2 - y^2}}$ è dato da

Risp.: **A** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, x^2 + y^2 \leq 2, x^2 + \frac{y^2}{2} \geq 1\}$ **B** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2, x^2 + \frac{y^2}{2} \geq 1\}$ **C** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, x^2 + y^2 < 2, x^2 + \frac{y^2}{2} > 1\}$ **D** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 2, x^2 + \frac{y^2}{2} > 1\}$

3. Sia data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = xe^{2x} + (y^3 - y)^3$. Allora essa ammette

Risp.: **A** : un punto di massimo relativo e quattro punti di minimo relativo **B** : un punto di minimo relativo e quattro punti di sella **C** : due punti di minimo relativo, due punti di massimo relativo ed un punto di sella **D** : quattro punti di minimo relativo e un punto di sella

4. Si considerino la funzione $g(x, y) = x + y$ e il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 2)^2 + y^2 \leq 2\}$. Detti m e M il minimo ed il massimo di g su D , allora

Risp.: **A** : $m = 2 - 2\sqrt{2}$ e $M = 2 + 2\sqrt{2}$ **B** : $m = 2 - \sqrt{2}$ e $M = 2 + \sqrt{2}$ **C** : $m = 2 - 2\sqrt{2}$ e $M = 2 + \sqrt{2}$ **D** : $m = 0$ e $M = 4$

5. L'integrale $\int_{\frac{1}{2} \ln 3}^{\frac{1}{2} \ln 8} 3(e^{2x} + 1)^{-1/2} dx$ vale

Risp.: **A** : 6 **B** : 3 **C** : $\frac{3}{2} \ln \frac{3}{2}$ **D** : $3(\arctan 3 - \arctan 2)$

6. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -2y + (\arctan x)e^{-2x}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $y(1)$ vale

Risp.: **A** : $e^{-2}(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2)$ **B** : $e^2(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2)$ **C** : $\frac{e^{-2\pi^2}}{32}$ **D** : $\frac{e^2\pi^2}{32}$

7. La lunghezza della curva $\gamma : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}^3$ data da $\gamma(t) = (4t^2, 4t, \log t)$ vale

Risp.: **A** : $16 + \ln 2$ **B** : 0 **C** : $12 + \ln 2$ **D** : $\ln 2$

8. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e si consideri il campo vettoriale $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito da

$$\vec{F}(x, y, z) = (2x \sin 8y + 7y^2 e^{-z}) \vec{i} + (\alpha x^2 \cos 8y + 14y e^{-z} x + \sin z) \vec{j} + \beta y^2 e^{-z} x \vec{k}.$$

Allora \vec{F} è conservativo su tutto \mathbb{R}^3 se e solo se

Risp.: A : $\alpha = 8$ e per ogni β B : $\beta = -7$ e per ogni α C : per nessun valore di α, β

D : $\alpha = 8, \beta = -7$

Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond AMBL; \diamond CIVL; \diamond GESL.

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = -1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A con TUTTI I FOGLI DELLO SVOLGIMENTO e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e si consideri il campo vettoriale $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito da

$$\vec{F}(x, y, z) = (2x \sin 7y + 6y^2 e^{-z}) \vec{i} + (\alpha x^2 \cos 7y + 12y e^{-z} x + \sin z) \vec{j} + \beta y^2 e^{-z} x \vec{k}.$$

Allora \vec{F} è conservativo su tutto \mathbb{R}^3 se e solo se

Risp.: \boxed{A} : per nessun valore di α, β \boxed{B} : $\alpha = 7, \beta = -6$ \boxed{C} : $\alpha = 7$ e per ogni β \boxed{D} : $\beta = -6$ e per ogni α

2. L'integrale $\iint_T 8 \log(1 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 9, 0 \leq y \leq x\}$ vale

Risp.: \boxed{A} : $\pi \ln^2 4$ \boxed{B} : $\pi [8 \log 4 - 3/2]$ \boxed{C} : $2\pi(4 \ln 4 - 3)$ \boxed{D} : 0

3. L'integrale $\int_{\frac{1}{2} \ln 3}^{\frac{1}{2} \ln 8} 5 (e^{2x} + 1)^{-1/2} dx$ vale

Risp.: \boxed{A} : 10 \boxed{B} : 5 \boxed{C} : $5(\arctan 3 - \arctan 2)$ \boxed{D} : $\frac{5}{2} \ln \frac{3}{2}$

4. Sia data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = xe^{4x} + (y^3 - y)^3$. Allora essa ammette

Risp.: **A**: un punto di massimo relativo e quattro punti di minimo relativo **B**: due punti di minimo relativo, due punti di massimo relativo ed un punto di sella **C**: quattro punti di minimo relativo e un punto di sella **D**: un punto di minimo relativo e quattro punti di sella

5. Si considerino la funzione $g(x, y) = x + y$ e il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 3)^2 + y^2 \leq 2\}$. Detti m e M il minimo ed il massimo di g su D , allora

Risp.: **A**: $m = 3 - 2\sqrt{2}$ e $M = 3 + 2\sqrt{2}$ **B**: $m = 3 - \sqrt{2}$ e $M = 3 + \sqrt{2}$ **C**: $m = 1$ e $M = 5$ **D**: $m = 3 - 2\sqrt{2}$ e $M = 3 + \sqrt{2}$

6. La lunghezza della curva $\gamma : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}^3$ data da $\gamma(t) = (9t^2, 6t, \log t)$ vale

Risp.: **A**: 0 **B**: $\ln 2$ **C**: $27 + \ln 2$ **D**: $33 + \ln 2$

7. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -3y + (\arctan x)e^{-3x}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $y(1)$ vale

Risp.: **A**: $e^3 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2\right)$ **B**: $e^{-3} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2\right)$ **C**: $\frac{e^{-3\pi^2}}{32}$ **D**: $\frac{e^3\pi^2}{32}$

8. Il dominio A della funzione $f : A \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = \sqrt{2x - \sqrt{5 - x^2 - y^2}}$ è dato da

Risp.: **A**: $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 5, x^2 + \frac{y^2}{5} > 1\}$ **B**: $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, x^2 + y^2 \leq 5, x^2 + \frac{y^2}{5} \geq 1\}$ **C**: $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 5, x^2 + \frac{y^2}{5} \geq 1\}$ **D**: $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, x^2 + y^2 < 5, x^2 + \frac{y^2}{5} > 1\}$

1. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e si consideri il campo vettoriale $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito da

$$\vec{F}(x, y, z) = (2x \sin 7y + 6y^2 e^{-z}) \vec{i} + (\alpha x^2 \cos 7y + 12y e^{-z} x + \sin z) \vec{j} + \beta y^2 e^{-z} x \vec{k}.$$

Allora \vec{F} è conservativo su tutto \mathbb{R}^3 se e solo se

Risp.: **A** : per nessun valore di α, β **B** : $\alpha = 7, \beta = -6$ **C** : $\alpha = 7$ e per ogni β **D** : $\beta = -6$ e per ogni α

2. L'integrale $\iint_T 8 \log(1 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 9, 0 \leq y \leq x\}$ vale

Risp.: **A** : $\pi \ln^2 4$ **B** : $\pi[8 \log 4 - 3/2]$ **C** : $2\pi(4 \ln 4 - 3)$ **D** : 0

3. L'integrale $\int_{\frac{1}{2} \ln 3}^{\frac{1}{2} \ln 8} 5 (e^{2x} + 1)^{-1/2} dx$ vale

Risp.: **A** : 10 **B** : 5 **C** : $5(\arctan 3 - \arctan 2)$ **D** : $\frac{5}{2} \ln \frac{3}{2}$

4. Sia data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = x e^{4x} + (y^3 - y)^3$. Allora essa ammette

Risp.: **A** : un punto di massimo relativo e quattro punti di minimo relativo **B** : due punti di minimo relativo, due punti di massimo relativo ed un punto di sella **C** : quattro punti di minimo relativo e un punto di sella **D** : un punto di minimo relativo e quattro punti di sella

5. Si considerino la funzione $g(x, y) = x + y$ e il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 3)^2 + y^2 \leq 2\}$. Detti m e M il minimo ed il massimo di g su D , allora

Risp.: **A** : $m = 3 - 2\sqrt{2}$ e $M = 3 + 2\sqrt{2}$ **B** : $m = 3 - \sqrt{2}$ e $M = 3 + \sqrt{2}$ **C** : $m = 1$ e $M = 5$ **D** : $m = 3 - 2\sqrt{2}$ e $M = 3 + \sqrt{2}$

6. La lunghezza della curva $\gamma : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}^3$ data da $\gamma(t) = (9t^2, 6t, \log t)$ vale

Risp.: **A** : 0 **B** : $\ln 2$ **C** : $27 + \ln 2$ **D** : $33 + \ln 2$

7. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -3y + (\arctan x) e^{-3x}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $y(1)$ vale

Risp.: **A** : $e^3 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2\right)$ **B** : $e^{-3} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2\right)$ **C** : $\frac{e^{-3\pi^2}}{32}$ **D** : $\frac{e^3 \pi^2}{32}$

8. Il dominio A della funzione $f : A \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = \sqrt{2x - \sqrt{5 - x^2 - y^2}}$ è dato da

Risp.: **A** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 5, x^2 + \frac{y^2}{5} > 1\}$ **B** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, x^2 + y^2 \leq 5, x^2 + \frac{y^2}{5} \geq 1\}$ **C** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 5, x^2 + \frac{y^2}{5} \geq 1\}$ **D** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, x^2 + y^2 < 5, x^2 + \frac{y^2}{5} > 1\}$

Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond AMBL; \diamond CIVL; \diamond GESL.

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = -1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A con TUTTI I FOGLI DELLO SVOLGIMENTO e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale $\int_{\frac{1}{2}\ln 3}^{\frac{1}{2}\ln 8} 7(e^{2x} + 1)^{-1/2} dx$ vale

Risp.: \boxed{A} : 14 \boxed{B} : $7(\arctan 3 - \arctan 2)$ \boxed{C} : $\frac{7}{2} \ln \frac{3}{2}$ \boxed{D} : 7

2. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -4y + (\arctan x)e^{-4x}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $y(1)$ vale

Risp.: \boxed{A} : $e^4 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2\right)$ \boxed{B} : $\frac{e^{-4}\pi^2}{32}$ \boxed{C} : $\frac{e^4\pi^2}{32}$ \boxed{D} : $e^{-4} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2\right)$

3. L'integrale $\iint_T 8 \log(1 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 16, 0 \leq y \leq x\}$ vale

Risp.: \boxed{A} : $\pi[15 \log 5 - 4]$ \boxed{B} : $\pi \ln^2 5$ \boxed{C} : 0 \boxed{D} : $2\pi(5 \ln 5 - 4)$

4. Sia data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = xe^{6x} + (y^3 - y)^3$. Allora essa ammette

Risp.: **A** : un punto di minimo relativo e quattro punti di sella **B** : un punto di massimo relativo e quattro punti di minimo relativo **C** : quattro punti di minimo relativo e un punto di sella **D** : due punti di minimo relativo, due punti di massimo relativo ed un punto di sella

5. Si considerino la funzione $g(x, y) = x + y$ e il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 4)^2 + y^2 \leq 2\}$. Detti m e M il minimo ed il massimo di g su D , allora

Risp.: **A** : $m = 4 - 2\sqrt{2}$ e $M = 4 + 2\sqrt{2}$ **B** : $m = 2$ e $M = 6$ **C** : $m = 4 - \sqrt{2}$ e $M = 4 + \sqrt{2}$
D : $m = 4 - 2\sqrt{2}$ e $M = 4 + \sqrt{2}$

6. La lunghezza della curva $\gamma : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}^3$ data da $\gamma(t) = (16t^2, 8t, \log t)$ vale

Risp.: **A** : $56 + \ln 2$ **B** : 0 **C** : $\ln 2$ **D** : $48 + \ln 2$

7. Il dominio A della funzione $f : A \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = \sqrt{3x - \sqrt{10 - x^2 - y^2}}$ è dato da

Risp.: **A** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 10, x^2 + \frac{y^2}{10} > 1\}$ **B** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 10, x^2 + \frac{y^2}{10} \geq 1\}$ **C** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, x^2 + y^2 < 10, x^2 + \frac{y^2}{10} > 1\}$
D : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, x^2 + y^2 \leq 10, x^2 + \frac{y^2}{10} \geq 1\}$

8. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e si consideri il campo vettoriale $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito da

$$\vec{F}(x, y, z) = (2x \sin 6y + 5y^2 e^{-z}) \vec{i} + (\alpha x^2 \cos 6y + 10y e^{-z} x + \sin z) \vec{j} + \beta y^2 e^{-z} x \vec{k}.$$

Allora \vec{F} è conservativo su tutto \mathbb{R}^3 se e solo se

Risp.: **A** : $\alpha = 6$ e per ogni β **B** : $\alpha = 6, \beta = -5$ **C** : $\beta = -5$ e per ogni α **D** : per nessun valore di α, β

1. L'integrale $\int_{\frac{1}{2} \ln 3}^{\frac{1}{2} \ln 8} 7(e^{2x} + 1)^{-1/2} dx$ vale

Risp.: **A** : 14 **B** : $7(\arctan 3 - \arctan 2)$ **C** : $\frac{7}{2} \ln \frac{3}{2}$ **D** : 7

2. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -4y + (\arctan x)e^{-4x}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $y(1)$ vale

Risp.: **A** : $e^4 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2\right)$ **B** : $\frac{e^{-4\pi^2}}{32}$ **C** : $\frac{e^4\pi^2}{32}$ **D** : $e^{-4} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2\right)$

3. L'integrale $\iint_T 8 \log(1 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 16, 0 \leq y \leq x\}$ vale

Risp.: **A** : $\pi[15 \log 5 - 4]$ **B** : $\pi \ln^2 5$ **C** : 0 **D** : $2\pi(5 \ln 5 - 4)$

4. Sia data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = xe^{6x} + (y^3 - y)^3$. Allora essa ammette

Risp.: **A** : un punto di minimo relativo e quattro punti di sella **B** : un punto di massimo relativo e quattro punti di minimo relativo **C** : quattro punti di minimo relativo e un punto di sella **D** : due punti di minimo relativo, due punti di massimo relativo ed un punto di sella

5. Si considerino la funzione $g(x, y) = x + y$ e il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 4)^2 + y^2 \leq 2\}$. Detti m e M il minimo ed il massimo di g su D , allora

Risp.: **A** : $m = 4 - 2\sqrt{2}$ e $M = 4 + 2\sqrt{2}$ **B** : $m = 2$ e $M = 6$ **C** : $m = 4 - \sqrt{2}$ e $M = 4 + \sqrt{2}$ **D** : $m = 4 - 2\sqrt{2}$ e $M = 4 + \sqrt{2}$

6. La lunghezza della curva $\gamma : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}^3$ data da $\gamma(t) = (16t^2, 8t, \log t)$ vale

Risp.: **A** : $56 + \ln 2$ **B** : 0 **C** : $\ln 2$ **D** : $48 + \ln 2$

7. Il dominio A della funzione $f : A \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = \sqrt{3x - \sqrt{10 - x^2 - y^2}}$ è dato da

Risp.: **A** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 10, x^2 + \frac{y^2}{10} > 1\}$ **B** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 10, x^2 + \frac{y^2}{10} \geq 1\}$ **C** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, x^2 + y^2 < 10, x^2 + \frac{y^2}{10} > 1\}$ **D** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, x^2 + y^2 \leq 10, x^2 + \frac{y^2}{10} \geq 1\}$

8. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e si consideri il campo vettoriale $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito da

$$\vec{F}(x, y, z) = (2x \sin 6y + 5y^2 e^{-z}) \vec{i} + (\alpha x^2 \cos 6y + 10y e^{-z} x + \sin z) \vec{j} + \beta y^2 e^{-z} x \vec{k}.$$

Allora \vec{F} è conservativo su tutto \mathbb{R}^3 se e solo se

Risp.: A : $\alpha = 6$ e per ogni β B : $\alpha = 6, \beta = -5$ C : $\beta = -5$ e per ogni α D : per nessun valore di α, β

Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond AMBL; \diamond CIVL; \diamond GESL.

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = -1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A con TUTTI I FOGLI DELLO SVOLGIMENTO e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. Si considerino la funzione $g(x, y) = x + y$ e il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 5)^2 + y^2 \leq 2\}$.
 Detti m e M il minimo ed il massimo di g su D , allora

Risp.: A : $m = 5 - 2\sqrt{2}$ e $M = 5 + 2\sqrt{2}$ B : $m = 5 - \sqrt{2}$ e $M = 5 + \sqrt{2}$ C : $m = 3$ e $M = 7$ D : $m = 5 - 2\sqrt{2}$ e $M = 5 + \sqrt{2}$

2. La lunghezza della curva $\gamma : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}^3$ data da $\gamma(t) = (25t^2, 10t, \log t)$ vale

Risp.: A : $85 + \ln 2$ B : 0 C : $\ln 2$ D : $75 + \ln 2$

3. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e si consideri il campo vettoriale $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito da

$$\vec{F}(x, y, z) = (2x \sin 5y + 4y^2 e^{-z}) \vec{i} + (\alpha x^2 \cos 5y + 8y e^{-z} x + \sin z) \vec{j} + \beta y^2 e^{-z} x \vec{k}.$$

Allora \vec{F} è conservativo su tutto \mathbb{R}^3 se e solo se

Risp.: A : per nessun valore di α, β B : $\alpha = 5$ e per ogni β C : $\beta = -4$ e per ogni α
 D : $\alpha = 5, \beta = -4$

4. L'integrale $\iint_T 8 \log(1 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 25, 0 \leq y \leq x\}$ vale

Risp.: **A** : $\pi[24 \log 6 - 15/2]$ **B** : 0 **C** : $\pi \ln^2 6$ **D** : $2\pi(6 \ln 6 - 5)$

5. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -5y + (\arctan x)e^{-5x}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $y(1)$ vale

Risp.: **A** : $e^5 (\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2)$ **B** : $e^{-5} (\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2)$ **C** : $\frac{e^{-5}\pi^2}{32}$ **D** : $\frac{e^5\pi^2}{32}$

6. Il dominio A della funzione $f : A \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = \sqrt{4x - \sqrt{17 - x^2 - y^2}}$ è dato da

Risp.: **A** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 17, x^2 + \frac{y^2}{17} \geq 1\}$ **B** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, x^2 + y^2 < 17, x^2 + \frac{y^2}{17} > 1\}$ **C** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, x^2 + y^2 \leq 17, x^2 + \frac{y^2}{17} \geq 1\}$ **D** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 17, x^2 + \frac{y^2}{17} > 1\}$

7. Sia data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = xe^{8x} + (y^3 - y)^3$. Allora essa ammette

Risp.: **A** : quattro punti di minimo relativo e un punto di sella **B** : un punto di minimo relativo e quattro punti di sella **C** : un punto di massimo relativo e quattro punti di minimo relativo **D** : due punti di minimo relativo, due punti di massimo relativo ed un punto di sella

8. L'integrale $\int_{\frac{1}{2} \ln 3}^{\frac{1}{2} \ln 8} 9(e^{2x} + 1)^{-1/2} dx$ vale

Risp.: **A** : 18 **B** : 9 **C** : $9(\arctan 3 - \arctan 2)$ **D** : $\frac{9}{2} \ln \frac{3}{2}$

1. Si considerino la funzione $g(x, y) = x + y$ e il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 5)^2 + y^2 \leq 2\}$.
 Detti m e M il minimo ed il massimo di g su D , allora

Risp.: **A** : $m = 5 - 2\sqrt{2}$ e $M = 5 + 2\sqrt{2}$ **B** : $m = 5 - \sqrt{2}$ e $M = 5 + \sqrt{2}$ **C** : $m = 3$ e $M = 7$ **D** : $m = 5 - 2\sqrt{2}$ e $M = 5 + \sqrt{2}$

2. La lunghezza della curva $\gamma : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}^3$ data da $\gamma(t) = (25t^2, 10t, \log t)$ vale

Risp.: **A** : $85 + \ln 2$ **B** : 0 **C** : $\ln 2$ **D** : $75 + \ln 2$

3. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e si consideri il campo vettoriale $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito da

$$\vec{F}(x, y, z) = (2x \sin 5y + 4y^2 e^{-z}) \vec{i} + (\alpha x^2 \cos 5y + 8y e^{-z} x + \sin z) \vec{j} + \beta y^2 e^{-z} x \vec{k}.$$

Allora \vec{F} è conservativo su tutto \mathbb{R}^3 se e solo se

Risp.: **A** : per nessun valore di α, β **B** : $\alpha = 5$ e per ogni β **C** : $\beta = -4$ e per ogni α
D : $\alpha = 5, \beta = -4$

4. L'integrale $\iint_T 8 \log(1 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 25, 0 \leq y \leq x\}$ vale

Risp.: **A** : $\pi[24 \log 6 - 15/2]$ **B** : 0 **C** : $\pi \ln^2 6$ **D** : $2\pi(6 \ln 6 - 5)$

5. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -5y + (\arctan x)e^{-5x}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $y(1)$ vale

Risp.: **A** : $e^5 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2\right)$ **B** : $e^{-5} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2\right)$ **C** : $\frac{e^{-5}\pi^2}{32}$ **D** : $\frac{e^5\pi^2}{32}$

6. Il dominio A della funzione $f : A \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = \sqrt{4x - \sqrt{17 - x^2 - y^2}}$ è dato da

Risp.: **A** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 17, x^2 + \frac{y^2}{17} \geq 1\}$ **B** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, x^2 + y^2 < 17, x^2 + \frac{y^2}{17} > 1\}$ **C** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, x^2 + y^2 \leq 17, x^2 + \frac{y^2}{17} \geq 1\}$
D : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 17, x^2 + \frac{y^2}{17} > 1\}$

7. Sia data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = xe^{8x} + (y^3 - y)^3$. Allora essa ammette

Risp.: **A** : quattro punti di minimo relativo e un punto di sella **B** : un punto di minimo relativo e quattro punti di sella **C** : un punto di massimo relativo e quattro punti di minimo relativo **D** : due punti di minimo relativo, due punti di massimo relativo ed un punto di sella

8. L'integrale $\int_{\frac{1}{2} \ln 3}^{\frac{1}{2} \ln 8} 9(e^{2x} + 1)^{-1/2} dx$ vale

Risp.: **A** : 18 **B** : 9 **C** : $9(\arctan 3 - \arctan 2)$ **D** : $\frac{9}{2} \ln \frac{3}{2}$

Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond AMBL; \diamond CIVL; \diamond GESL.

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = -1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A con TUTTI I FOGLI DELLO SVOLGIMENTO e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -6y + (\arctan x)e^{-6x}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $y(1)$ vale

Risp.: \boxed{A} : $e^6 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2 \right)$ \boxed{B} : $\frac{e^{-6\pi^2}}{32}$ \boxed{C} : $\frac{e^{6\pi^2}}{32}$ \boxed{D} : $e^{-6} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2 \right)$

2. Il dominio A della funzione $f : A \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = \sqrt{5x - \sqrt{26 - x^2 - y^2}}$ è dato da

Risp.: \boxed{A} : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 26, x^2 + \frac{y^2}{26} \geq 1\}$ \boxed{B} : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, x^2 + y^2 \leq 26, x^2 + \frac{y^2}{26} \geq 1\}$ \boxed{C} : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, x^2 + y^2 < 26, x^2 + \frac{y^2}{26} > 1\}$ \boxed{D} : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 26, x^2 + \frac{y^2}{26} > 1\}$

3. L'integrale $\int_{\frac{1}{2} \ln 3}^{\frac{1}{2} \ln 8} 11 (e^{2x} + 1)^{-1/2} dx$ vale

Risp.: \boxed{A} : 22 \boxed{B} : 11 \boxed{C} : $\frac{11}{2} \ln \frac{3}{2}$ \boxed{D} : $11(\arctan 3 - \arctan 2)$

4. Sia data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = xe^{10x} + (y^3 - y)^3$. Allora essa ammette

Risp.: A : un punto di massimo relativo e quattro punti di minimo relativo B : due punti di minimo relativo, due punti di massimo relativo ed un punto di sella C : un punto di minimo relativo e quattro punti di sella D : quattro punti di minimo relativo e un punto di sella

5. L'integrale $\iint_T 8 \log(1 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 36, 0 \leq y \leq x\}$ vale

Risp.: A : $\pi[35 \log 7 - 12]$ B : $\pi \ln^2 7$ C : 0 D : $2\pi(7 \ln 7 - 6)$

6. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e si consideri il campo vettoriale $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito da

$$\vec{F}(x, y, z) = (2x \sin 4y + 3y^2 e^{-z}) \vec{i} + (\alpha x^2 \cos 4y + 6y e^{-z} x + \sin z) \vec{j} + \beta y^2 e^{-z} x \vec{k}.$$

Allora \vec{F} è conservativo su tutto \mathbb{R}^3 se e solo se

Risp.: A : $\alpha = 4, \beta = -3$ B : $\alpha = 4$ e per ogni β C : $\beta = -3$ e per ogni α D : per nessun valore di α, β

7. Si considerino la funzione $g(x, y) = x + y$ e il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 6)^2 + y^2 \leq 2\}$. Detti m e M il minimo ed il massimo di g su D , allora

Risp.: A : $m = 6 - 2\sqrt{2}$ e $M = 6 + 2\sqrt{2}$ B : $m = 6 - \sqrt{2}$ e $M = 6 + \sqrt{2}$ C : $m = 6 - 2\sqrt{2}$ e $M = 6 + \sqrt{2}$ D : $m = 4$ e $M = 8$

8. La lunghezza della curva $\gamma : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}^3$ data da $\gamma(t) = (36t^2, 12t, \log t)$ vale

Risp.: A : 0 B : $108 + \ln 2$ C : $120 + \ln 2$ D : $\ln 2$

1. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -6y + (\arctan x)e^{-6x}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $y(1)$ vale

Risp.: **A** : $e^6 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2\right)$ **B** : $\frac{e^{-6\pi^2}}{32}$ **C** : $\frac{e^6\pi^2}{32}$ **D** : $e^{-6} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2\right)$

2. Il dominio A della funzione $f : A \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = \sqrt{5x - \sqrt{26 - x^2 - y^2}}$ è dato da

Risp.: **A** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 26, x^2 + \frac{y^2}{26} \geq 1\}$ **B** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, x^2 + y^2 \leq 26, x^2 + \frac{y^2}{26} \geq 1\}$ **C** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, x^2 + y^2 < 26, x^2 + \frac{y^2}{26} > 1\}$ **D** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 26, x^2 + \frac{y^2}{26} > 1\}$

3. L'integrale $\int_{\frac{1}{2} \ln 3}^{\frac{1}{2} \ln 8} 11(e^{2x} + 1)^{-1/2} dx$ vale

Risp.: **A** : 22 **B** : 11 **C** : $\frac{11}{2} \ln \frac{3}{2}$ **D** : $11(\arctan 3 - \arctan 2)$

4. Sia data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = xe^{10x} + (y^3 - y)^3$. Allora essa ammette

Risp.: **A** : un punto di massimo relativo e quattro punti di minimo relativo **B** : due punti di minimo relativo, due punti di massimo relativo ed un punto di sella **C** : un punto di minimo relativo e quattro punti di sella **D** : quattro punti di minimo relativo e un punto di sella

5. L'integrale $\iint_T 8 \log(1 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 36, 0 \leq y \leq x\}$ vale

Risp.: **A** : $\pi[35 \log 7 - 12]$ **B** : $\pi \ln^2 7$ **C** : 0 **D** : $2\pi(7 \ln 7 - 6)$

6. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e si consideri il campo vettoriale $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito da

$$\vec{F}(x, y, z) = (2x \sin 4y + 3y^2 e^{-z}) \vec{i} + (\alpha x^2 \cos 4y + 6y e^{-z} x + \sin z) \vec{j} + \beta y^2 e^{-z} x \vec{k}.$$

Allora \vec{F} è conservativo su tutto \mathbb{R}^3 se e solo se

Risp.: **A** : $\alpha = 4, \beta = -3$ **B** : $\alpha = 4$ e per ogni β **C** : $\beta = -3$ e per ogni α **D** : per nessun valore di α, β

7. Si considerino la funzione $g(x, y) = x + y$ e il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 6)^2 + y^2 \leq 2\}$.
Detti m e M il minimo ed il massimo di g su D , allora

Risp.: A : $m = 6 - 2\sqrt{2}$ e $M = 6 + 2\sqrt{2}$ B : $m = 6 - \sqrt{2}$ e $M = 6 + \sqrt{2}$ C : $m = 6 - 2\sqrt{2}$
e $M = 6 + \sqrt{2}$ D : $m = 4$ e $M = 8$

8. La lunghezza della curva $\gamma : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}^3$ data da $\gamma(t) = (36t^2, 12t, \log t)$ vale

Risp.: A : 0 B : $108 + \ln 2$ C : $120 + \ln 2$ D : $\ln 2$

Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond AMBL; \diamond CIVL; \diamond GESL.

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = -1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A con TUTTI I FOGLI DELLO SVOLGIMENTO e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. Sia data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = xe^{12x} + (y^3 - y)^3$. Allora essa ammette

Risp.: **A** : due punti di minimo relativo, due punti di massimo relativo ed un punto di sella
B : un punto di minimo relativo e quattro punti di sella **C** : un punto di massimo relativo e quattro punti di minimo relativo
D : quattro punti di minimo relativo e un punto di sella

2. Si considerino la funzione $g(x, y) = x + y$ e il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 7)^2 + y^2 \leq 2\}$. Detti m e M il minimo ed il massimo di g su D , allora

Risp.: **A** : $m = 7 - 2\sqrt{2}$ e $M = 7 + 2\sqrt{2}$ **B** : $m = 7 - \sqrt{2}$ e $M = 7 + \sqrt{2}$ **C** : $m = 5$ e $M = 9$ **D** : $m = 7 - 2\sqrt{2}$ e $M = 7 + \sqrt{2}$

3. Il dominio A della funzione $f : A \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = \sqrt{6x - \sqrt{37 - x^2 - y^2}}$ è dato da

Risp.: **A** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 37, x^2 + \frac{y^2}{37} \geq 1\}$ **B** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, x^2 + y^2 < 37, x^2 + \frac{y^2}{37} > 1\}$ **C** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 37, x^2 + \frac{y^2}{37} > 1\}$ **D** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, x^2 + y^2 \leq 37, x^2 + \frac{y^2}{37} \geq 1\}$

4. La lunghezza della curva $\gamma : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}^3$ data da $\gamma(t) = (49t^2, 14t, \log t)$ vale

Risp.: A : $147 + \ln 2$ B : 0 C : $\ln 2$ D : $161 + \ln 2$

5. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e si consideri il campo vettoriale $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito da

$$\vec{F}(x, y, z) = (2x \sin 3y + 2y^2 e^{-z}) \vec{i} + (\alpha x^2 \cos 3y + 4y e^{-z} x + \sin z) \vec{j} + \beta y^2 e^{-z} x \vec{k}.$$

Allora \vec{F} è conservativo su tutto \mathbb{R}^3 se e solo se

Risp.: A : $\alpha = 3$ e per ogni β B : $\alpha = 3, \beta = -2$ C : $\beta = -2$ e per ogni α D : per nessun valore di α, β

6. L'integrale $\iint_T 8 \log(1 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 49, 0 \leq y \leq x\}$ vale

Risp.: A : $\pi \ln^2 8$ B : $\pi[48 \log 8 - 35/2]$ C : $2\pi(8 \ln 8 - 7)$ D : 0

7. L'integrale $\int_{\frac{1}{2} \ln 3}^{\frac{1}{2} \ln 8} 13 (e^{2x} + 1)^{-1/2} dx$ vale

Risp.: A : $\frac{13}{2} \ln \frac{3}{2}$ B : 26 C : $13(\arctan 3 - \arctan 2)$ D : 13

8. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -7y + (\arctan x)e^{-7x}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $y(1)$ vale

Risp.: A : $e^7 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2 \right)$ B : $\frac{e^{-7\pi^2}}{32}$ C : $e^{-7} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2 \right)$ D : $\frac{e^7 \pi^2}{32}$

1. Sia data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = xe^{12x} + (y^3 - y)^3$. Allora essa ammette

Risp.: **A** : due punti di minimo relativo, due punti di massimo relativo ed un punto di sella
B : un punto di minimo relativo e quattro punti di sella **C** : un punto di massimo relativo
e quattro punti di minimo relativo **D** : quattro punti di minimo relativo e un punto di sella

2. Si considerino la funzione $g(x, y) = x + y$ e il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 7)^2 + y^2 \leq 2\}$.
Detti m e M il minimo ed il massimo di g su D , allora

Risp.: **A** : $m = 7 - 2\sqrt{2}$ e $M = 7 + 2\sqrt{2}$ **B** : $m = 7 - \sqrt{2}$ e $M = 7 + \sqrt{2}$ **C** : $m = 5$ e
 $M = 9$ **D** : $m = 7 - 2\sqrt{2}$ e $M = 7 + \sqrt{2}$

3. Il dominio A della funzione $f : A \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = \sqrt{6x - \sqrt{37 - x^2 - y^2}}$ è dato da

Risp.: **A** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 37, x^2 + \frac{y^2}{37} \geq 1\}$ **B** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, x^2 + y^2 < 37, x^2 + \frac{y^2}{37} > 1\}$ **C** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 37, x^2 + \frac{y^2}{37} > 1\}$
D : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, x^2 + y^2 \leq 37, x^2 + \frac{y^2}{37} \geq 1\}$

4. La lunghezza della curva $\gamma : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}^3$ data da $\gamma(t) = (49t^2, 14t, \log t)$ vale

Risp.: **A** : $147 + \ln 2$ **B** : 0 **C** : $\ln 2$ **D** : $161 + \ln 2$

5. Siano $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e si consideri il campo vettoriale $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito da

$$\vec{F}(x, y, z) = (2x \sin 3y + 2y^2 e^{-z}) \vec{i} + (\alpha x^2 \cos 3y + 4y e^{-z} x + \sin z) \vec{j} + \beta y^2 e^{-z} x \vec{k}.$$

Allora \vec{F} è conservativo su tutto \mathbb{R}^3 se e solo se

Risp.: **A** : $\alpha = 3$ e per ogni β **B** : $\alpha = 3, \beta = -2$ **C** : $\beta = -2$ e per ogni α **D** : per nessun valore di α, β

6. L'integrale $\iint_T 8 \log(1 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 49, 0 \leq y \leq x\}$ vale

Risp.: **A** : $\pi \ln^2 8$ **B** : $\pi[48 \log 8 - 35/2]$ **C** : $2\pi(8 \ln 8 - 7)$ **D** : 0

7. L'integrale $\int_{\frac{1}{2} \ln 3}^{\frac{1}{2} \ln 8} 13 (e^{2x} + 1)^{-1/2} dx$ vale

Risp.: **A** : $\frac{13}{2} \ln \frac{3}{2}$ **B** : 26 **C** : $13(\arctan 3 - \arctan 2)$ **D** : 13

8. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -7y + (\arctan x)e^{-7x}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $y(1)$ vale

Risp.: A : $e^7 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2 \right)$ B : $\frac{e^{-7\pi^2}}{32}$ C : $e^{-7} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2 \right)$ D : $\frac{e^7 \pi^2}{32}$
