

1. Sia F la primitiva della funzione f definita da $f(x) = \frac{\log x}{(1+x)^2}$ tale che $F(1) = 7$. Allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$ vale

Risp.: A : $7 + \frac{3}{2}$ B : $\frac{3}{2} \log 2$ C : $7 + \log 2$ D : 0

2. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 6x^2(y-7), \\ y(0) = 8. \end{cases}$$

Allora $y\left(\frac{1}{2}\right)$ vale

Risp.: A : $\exp\left(\frac{1}{2}\right) + 8$ B : $\log\left(\frac{1}{4}\right) + 8$ C : $\exp(2) + 7$ D : $\exp\left(\frac{1}{4}\right) + 7$

3. Sia f la funzione definita da $f(x, y) = \frac{\sqrt{y-x} + \log(3x) + 7}{\sqrt{1-x^2-y^2}}$. Allora il dominio di f è dato da

Risp.: A : un ottavo di cerchio B : un semicerchio C : un quarto di cerchio D : un semipiano

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 2.$$

Allora f ammette

Risp.: A : due punti di sella e un punto di minimo locale B : un punto di sella e due punti di minimo locale C : un punto di sella e due punti di massimo locale D : tre punti di sella

5. Si consideri la funzione definita da $f(x, y) = x + y$ nel dominio

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x-7)^2 + y^2 \leq 2\}.$$

Siano $m = \min_T f$ e $M = \max_T f$. Allora

Risp.: A : $m = 7 - \sqrt{2}$ e $M = 7 + \sqrt{2}$ B : $m = 7 - \sqrt{2}$ e $M = 9$ C : $m = 5$ e $M = 9$
 D : $m = 5$ e $M = 7 + \sqrt{2}$

6. Sia data la curva

$$\gamma(t) = (2 \cos t + 1) \vec{i} + 3 \sin t \vec{j},$$

con $-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$. Il punto della curva in cui è massima la norma del vettore tangente è

Risp.: A : $(1, 3)$ B : $(1, -3)$ C : $(3, 0)$ D : $\left(\frac{2}{\sqrt{2}} + 1, \frac{3}{\sqrt{2}}\right)$

7. Siano $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > y\}$ e $\vec{F} : A \rightarrow \mathbb{R}^2$ il campo vettoriale definito da

$$\vec{F}(x, y) = \frac{-y}{\sqrt{x-y}} \vec{i}_1 + \frac{3y-2x}{\sqrt{x-y}} \vec{i}_2.$$

Detto φ il potenziale di \vec{F} che vale 2 in $(7, 0)$, allora $\varphi(5, 1)$ vale

Risp.: A : 4 B : 2 C : 0 D : -2

8. L'integrale $\iint_T \frac{\log(1+x^2+y^2)}{1+x^2+y^2} dx dy$, dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2, |y| \leq x\}$ vale

Risp.: A : $\frac{\pi}{8} \log^2 3$ B : $\pi \log^2 3$ C : $2\pi(3 \log 3 - 2)$ D : 0
