

1. L'integrale $\int_0^{1/7} \frac{e^{7x}}{\cosh 7x} dx$ vale

Risp.: A : $\ln \frac{e^2+1}{2}$ B : $\frac{1}{7} \ln \frac{e^2+1}{2}$ C : $7 \ln \frac{e^2+1}{2}$ D : 0

2. Sia $y(x)$ la soluzione dell'equazione $y' + \frac{1}{3} \frac{\sin 2x}{1+\cos^2 x} y = 0$ tale che $y(0) = \sqrt[3]{2}$. Allora $y\left(\frac{\pi}{2}\right)$ vale

Risp.: A : 0 B : $\sqrt[3]{3}$ C : 1 D : -1

3. Data la funzione definita da $f(x, y) = \ln(9 - x^2) + \sqrt{1 - y^2} + \sqrt{3y + x - 3}$, l'area del dominio A di f vale

Risp.: A : 3 B : 9 C : 1 D : $\frac{3}{2}$

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x, y) = 7yx^2(x - y) + 3$. Delle seguenti affermazioni

- (a) f ammette infiniti punti stazionari sull'asse y
- (b) f ammette infiniti punti stazionari sull'asse x
- (c) f ammette infiniti punti di sella
- (d) f ammette infiniti punti di massimo locale
- (e) f ammette infiniti punti di minimo locale

le uniche corrette sono

Risp.: A : (a), (d) B : (b), (e) C : (a), (e) D : (b), (c)

5. Si considerino la funzione $g(x, y) = x + 2y^2$ e il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$, e siano m e M il minimo ed il massimo di g su D . Allora

Risp.: A : $m = 1$ e $M = \frac{17}{8}$ B : $m = -1$ e $M = \frac{17}{8}$ C : $m = -1$ e $M = 2$ D : $m = 1$ e $M = 2$

6. La lunghezza della curva $\gamma(t) = 7t\vec{i} + \sqrt{56t}\vec{j} + (\ln t - 3)\vec{k}$ con $1 \leq t \leq 2$ vale

Risp.: A : $7 \ln 2$ B : $7 + \ln 2$ C : 7 D : $\ln 2$

7. Sia $\vec{F} : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^2$ definito da

$$\vec{F}(x, y) = \left(\ln(1 + y^2) + \frac{y^{2\alpha}}{1 + x^2} \right) \vec{i}_1 + \left(\frac{2xy^{2\alpha}}{1 + y^2} + \arctan x \right) \vec{i}_2,$$

con $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora \vec{F} ha integrale curvilineo nullo lungo ogni curva chiusa se e solo se

Risp.: A : per infiniti valori di α B : mai C : $\alpha = \frac{1}{2}$ D : $\alpha = 2$.

8. L'integrale $\iint_T \frac{7y}{x^2 + y^2 + 1} dx dy$, dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$ vale

Risp.: A : $7 \ln \frac{5}{2}$ B : 0 C : $-\arctan 2 + \frac{\pi}{4}$. D : $14[1 - \arctan 2 + \frac{\pi}{4}]$