

Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond AMBL; \diamond CIVL; \diamond GESL.

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare, indicare il numero di matricola e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A e tutti i fogli di protocollo.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Data $f(x) = e^x e^{e^x+3}$, sia $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq f(x)\}$. Calcolare l'area di T .

.....

Risposta [3 punti]:

2. Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{\sin x \cos x}{8 + \frac{2}{\cos^2 x}} y \\ y(0) = \frac{2}{3} \end{cases}$$

.....

Risposta [4 punti]:

3. Siano $\alpha \geq 0$, $v = (1, 2)$ e sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x, y) = \begin{cases} 9x & \text{se } |y| \geq x^2 + \alpha \\ y & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Calcolare $\frac{\partial f}{\partial v}(0, 0)$ al variare di α .

.....

Risposta [4 punti]:

4. Data la funzione $f(x, y) = \arctan(2+x^4) + 3 \cos^2 y$, determinarne i punti stazionari e classificarli.

.....
Risposta [Determinazione dei punti stazionari 2 punti, classificazione 2 punti]:

5. Si considerino la funzione $g(x, y) = y^2 - 6x$ e il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + \frac{y^2}{36} \leq 1\}$. Determinare il minimo m e il massimo M di g su D .

.....
Risposta [Calcolo di m 2 punti, calcolo di M 2 punti]:

6. Sia data la parabola $y = 6x^2$. Calcolarne il raggio di curvatura in $(0, 0)$.

.....
Risposta [3 punti]:

7. Siano $\alpha \in \mathbb{R}^+$, \vec{F} il campo vettoriale conservativo definito da

$$\vec{F}(x, y) = \frac{y}{1+xy} \vec{i} + \left(\frac{x}{1+xy} + y - 5 \right) \vec{j}$$

e I_α l'integrale curvilineo di \vec{F} lungo il segmento di estremi $A = (0, \alpha)$ e $B = (3, 0)$ percorso da B verso A . Trovare α in modo che I_α sia minimo.

.....
Risposta [4 punti]:

8. Siano Q^+ il primo quadrante del piano xy , e siano A e B gli insiemi dati da

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\} \quad B = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{25} + y^2 \leq 1 \right\}.$$

Posto $T = (B \setminus A) \cap Q^+$, calcolare $\frac{1}{6} \iint_T x \, dx \, dy$.

.....
Risposta [4 punti]:
