

1. Sia $F : [1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la primitiva della funzione f definita da $f(x) = \frac{2}{x^2}e^{1/x}$ tale che $F(1) = 0$. Allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$ vale

Risp.: A : $2(e-1)$ B : -2 C : 2 D : $2e$

2. Sia $\tilde{y}(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y = 2e^x, \\ y(0) = 0, y'(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\tilde{y}(x)}{e^x}$ vale

Risp.: A : 0 B : $\frac{2}{3}$ C : $+\infty$ D : 2

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3 \sin(3x)}{(x^2 + y^2)^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Dato $v = (1, 1)$, allora $\frac{\partial f}{\partial v}(0, 0)$ vale

Risp.: A : non esiste B : $\frac{3}{4}$ C : 0 D : 3

4. Sia data la funzione $g(x, y) = x + \frac{y^2}{4x} - \log(2 + y)$. Allora il punto $(-\frac{1}{2}, -1)$ è

Risp.: A : un punto di minimo locale B : un punto di massimo locale C : un punto di sella D : non è stazionario

5. Si consideri la funzione definita da $f(x, y) = y - \sqrt{3}x$ nel dominio $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 9\}$. Detti $m = \min_T f$ e $M = \max_T f$

Risp.: A : $m = 0, M = 3$ B : $m = 1, M = 6$ C : $m = -6, M = 6$ D : $m = -6, M = 3$

6. Sia data la curva $\gamma(t) = 2^{3/2}t^{3/2} \vec{i} + 3t \vec{j} + \frac{3}{2}t^2 \vec{k}$, con $0 \leq t \leq \frac{1}{3}$. La lunghezza di γ vale

Risp.: A : 0 B : 7 C : $\frac{1}{6}$ D : $\frac{7}{6}$

7. Sia dato il campo vettoriale

$$\vec{F}(x, y) = \left[3x^2 \log(y^2 + 1) + \frac{y^4}{1 + x^2} \right] \vec{i} + \left[\frac{2x^3 y}{1 + y^2} + 4y^3 \arctan x \right] \vec{j}.$$

Detto φ il suo potenziale tale che $\varphi(0, 0) = 0$, allora $\varphi(1, 1)$ vale

Risp.: A : $\log 2 + \frac{\pi}{4}$ B : $\log 2$ C : $\frac{\pi}{4}$ D : 1

8. L'integrale doppio $\iint_T [4y - 1 - x^2 - y^2] dx dy$, dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + (y - 2)^2 \leq 3, x \geq 0\}$ vale

Risp.: A : $\frac{\pi}{4}$ B : $\frac{9}{4}\pi$ C : 0 D : 9
