Cognome e nome Firma

Corso di Laurea: ♢ per l'ambiente e il territorio ; ♢ dell'automazione industriale; ♢ civile; ♢ gestionale;

♢ dei materiali; ♢ meccanica.

Istruzioni. 1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE **il foglio A e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Calcolare l'integrale doppio $\iint_T 4xy\cos y^2\,dxdy$, dove T è il quarto di cerchio di centro l'origine e raggio $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ contenuto nel primo quadrante.

Risposta [4 punti]:

2. Sia $\mathcal{F}: [0,+\infty[\to \mathbf{R}$ la primitiva di $f(x) = \dfrac{x^2}{\sqrt{x+1}}$ tale che $\mathcal{F}(0) = 0$. Calcolare il limite $\lim_{x\to+\infty} \frac{5}{x^{5/2}}\mathcal{F}(x)$.

Risposta [4 punti]:

3. Sia $\tilde{y}(x)$ la soluzione del problema di Cauchy $y' = \dfrac{1}{2}y^2x$ tale che $y(0) = \dfrac{1}{4}$. Calcolare $\tilde{y}(2)$.

Risposta [3 punti]:

4. Trovare un vettore perpendicolare alle curve di livello della funzione $f(x,y) = 2x+3y$.

Risposta [3 punti]:

5. Sia $f: \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ la funzione definita da $f(x,y) = x^2y(x+y-1)$. Classificare i punti $(1,0)$ e $\left(0,\frac{1}{7}\right)$.

Risposta [Classificazione di $(1,0)$ 2 punti, classificazione di $\left(0,\frac{1}{7}\right)$ 2 punti]:

6. Sia $\beta \in \mathbf{R}$. Sia $T \subset \mathbf{R}^2$ il triangolo chiuso di vertici $A = (1,0)$, $B = (2,0)$, $C = (1,1)$ e sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} 2 & \text{se } (x,y) \in T \\ 1 & \text{altrimenti .} \end{cases}$$

Sia Γ_β il segmento congiungente $P = (\beta, -1)$ e $Q = (\beta, 2)$ e sia I_β l'integrale curvilineo $\displaystyle\int_{\Gamma_\beta} f\, ds$. Determinare, al variare di $\beta \in \mathbf{R}$, il minimo ed il massimo di I_β.

. . . .

Risposta [calcolo del minimo: 2 punti, calcolo del massimo: 2 punti]

---

7. Sia $\overrightarrow{F} : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ il campo vettoriale definito da $\overrightarrow{F}(x,y) = 2xy\cos(x^2y)\overrightarrow{i}_1 + [x^2\cos(x^2y) + 7]\overrightarrow{i}_2$. Calcolare il potenziale φ di $\overrightarrow{F}$ che vale 0 in $(0,0)$.

. . . .

Risposta [4 punti]:

---

8. Sia $\alpha \in \mathbf{R}^+$. Si consideri la funzione $g(x,y) = (y + x^2)^3$ nel quadrato $Q = [-\alpha, \alpha] \times [-\alpha, \alpha]$. Determinare $\alpha \in \mathbf{R}^+$ affinché $\displaystyle\min_{(x,y)\in Q} g(x,y) = (-2)^3$ e, in corrispondenza di tale valore, stabilire quanti sono i punti di massimo assoluto per f su Q.

. . . .

Risposta [Calcolo di α: 3 punti, calcolo del numero dei punti di massimo: 1 punto]:
