

Cognome e nome

Firma

Corso di Laurea: \diamond per l'ambiente e il territorio ; \diamond dell'automazione industriale; \diamond civile; \diamond gestionale;
 \diamond dei materiali; \diamond meccanica.

- Istruzioni. 1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
 5. CONSEGNARE il foglio A e tutti i fogli di protocollo.
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Calcolare il valore del seguente integrale

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (7 \sin^5 x + 3 \cos^2 x \sin^2 x) dx$$

.....
Risposta [4 punti]:

2. Sia $\vec{F}(x, y)$ il campo vettoriale $\vec{F}(x, y) = \frac{y^2}{1+x^2} \vec{i}$ e sia

$$I_\alpha = \int_{\gamma_\alpha} \vec{F},$$

dove $\gamma_\alpha(t) = (t, 2t + 2)$ con $t \in [0, 7\alpha]$. Calcolare $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} I_\alpha / \alpha$.

.....
Risposta [4 punti]:

3. Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_S \frac{\sin y}{x^2} dx dy$$

dove S è la zona del piano compresa tra l'asse x e l'iperbole $y = \frac{2}{x}$, con $x \in [\frac{2}{\pi}, \frac{4}{\pi}]$.

.....
Risposta [4 punti]:

4. Sia $\tilde{y}(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 4y = 2x - 2 \\ y(0) = \frac{1}{2} \\ y'(0) = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

Calcolare $\tilde{y}(1)$.

Risposta [3 punti]:

5. Sia $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione definita da $f(x, y) = 7x^4 + \cos^3(y - x)$. Classificare i punti $(0, 0)$ e $(0, \pi)$.

Risposta [Classificazione di $(0, 0)$ 2 punti, classificazione di $(0, \pi)$ 2 punti]:

6. Siano $\beta \in \mathbf{R}$ e $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} 2 & \text{se } |y| \geq x^2 \\ 3x - y + \beta & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Determinare per quali valori di β esiste $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ e calcolare il valore di tale derivata parziale.

Risposta [4 punti]:

7. Si consideri la funzione $g(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ nel dominio $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + 4y^2 = 1\}$. Calcolare $m = \min_{(x, y) \in D} g(x, y)$ e $M = \max_{(x, y) \in D} g(x, y)$.

Risposta [Calcolo di m : 2 punti, calcolo di M : 2 punti]:

8. Calcolare la lunghezza L della curva $\gamma : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbf{R}^3$ data da

$$\gamma(t) = (4 \cos t, 2\sqrt{2} \sin t - 7, 2\sqrt{2} \sin t + 7).$$

Risposta [3 punti]:
