
Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Corso di Laurea: ◊ AUTL; ◊ AMBL; ◊ CIVL; ◊ GESL. ◊ INFL; ◊ MATL; ◊ MECL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare, indicare il numero di matricola e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE **il foglio A e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Determinare la primitiva $F :]1, +\infty[\to \mathbb{R}$ della funzione
$$f(x) = \frac{3 \arctan \sqrt{x-1}}{x\sqrt{x-1}}$$
tale che $\lim_{x\to+\infty} F(x) = \frac{3}{4}\pi^2$.

....

Risposta [3 punti]:

---

2. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y'(x) + 2xy(x) = |x| \\ y(1) = 0. \end{cases}$$
Calcolare $y(-1)$.

....

Risposta [4 punti]:

---

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Si consideri la funzione $f_\alpha : A_\alpha \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da
$$f_\alpha(x, y) = (x^2 + y^2 - \alpha + 1)^{-1/2} + (\alpha - 1)\ln(\alpha - x^2 - y^2).$$
Si determini il dominio A_α al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$.

....

Risposta [4 punti]:

---

4. Determinare e classificare i punti stazionari di

$$f(x,y) = (x^2-4)^4 + \arctan^2 y.$$

. . . .

Risposta [Determinazione dei punti stazionari 2 punti, classificazione 2 punti]:

---

5. Sia data la funzione $g(x,y) = xye^{xy}$ nel dominio

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, 1 \leq y \leq 7, xy \leq 7\}.$$

Calcolare il minimo m ed il massimo M di g su D specificando in quali punti essi vengono assunti.

. . . .

Risposta [Calcolo di m e punti di minimo 2 punti, calcolo di M e punti di massimo 2 punti]:

---

6. Determinare $\gamma : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}^2$ sapendo che

$$\gamma'(t) = 2\sin t\,\vec{i} - 2\cos t\,\vec{j}$$

e $\gamma(0) = \vec{i} + 2\vec{j}$.

. . . .

Risposta [3 punti]:

---

7. Determinare almeno un valore di $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui $\oint_\gamma \vec{F} = 0$ dove $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbb{R}^2$ è dato da

$$\vec{F}(x,y) = \frac{\alpha x}{x^2+y^2}\vec{i} + \frac{2y}{x^2+y^2}\vec{j}$$

e γ è il bordo del quadrato di vertici $(1,0)$, $(2,0)$, $(2,1)$ e $(1,1)$ percorso in senso antiorario.

. . . .

Risposta [4 punti]:

---

8. Calcolare

$$\iint_D \left[2x^2 \tan\frac{x}{2} + 3y^3 + 2\right]\, dxdy$$

dove D è il cerchio di centro $(0,0)$ e raggio 2.

. . . .

Risposta [4 punti]:

---

1. Determinare la primitiva $F :]1,+\infty[\to \mathbb{R}$ della funzione
$$f(x) = \frac{3\arctan\sqrt{x-1}}{x\sqrt{x-1}}$$
tale che $\lim_{x\to+\infty} F(x) = \frac{3}{4}\pi^2$.

Risposta [3 punti]:

2. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y'(x) + 2xy(x) = |x| \\ y(1) = 0. \end{cases}$$
Calcolare $y(-1)$.

Risposta [4 punti]:

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Si consideri la funzione $f_\alpha : A_\alpha \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da
$$f_\alpha(x,y) = (x^2 + y^2 - \alpha + 1)^{-1/2} + (\alpha - 1)\ln(\alpha - x^2 - y^2).$$
Si determini il dominio A_α al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$.

Risposta [4 punti]:

4. Determinare e classificare i punti stazionari di
$$f(x,y) = (x^2-4)^4 + \arctan^2 y.$$

Risposta [Determinazione dei punti stazionari 2 punti, classificazione 2 punti]:

5. Sia data la funzione $g(x,y) = xye^{xy}$ nel dominio

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, 1 \leq y \leq 7, xy \leq 7\}.$$

Calcolare il minimo m ed il massimo M di g su D specificando in quali punti essi vengono assunti.

....

Risposta [Calcolo di m e punti di minimo 2 punti, calcolo di M e punti di massimo 2 punti]:

---

6. Determinare $\gamma : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}^2$ sapendo che

$$\gamma'(t) = 2\sin t\,\vec{i} - 2\cos t\,\vec{j}$$

e $\gamma(0) = \vec{i} + 2\vec{j}$.

....

Risposta [3 punti]:

---

7. Determinare almeno un valore di $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui $\oint_\gamma \vec{F} = 0$ dove $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbb{R}^2$ è dato da

$$\vec{F}(x,y) = \frac{\alpha x}{x^2+y^2}\vec{i} + \frac{2y}{x^2+y^2}\vec{j}$$

e γ è il bordo del quadrato di vertici $(1,0)$, $(2,0)$, $(2,1)$ e $(1,1)$ percorso in senso antiorario.

....

Risposta [4 punti]:

---

8. Calcolare

$$\iint_D \left[2x^2 \tan\frac{x}{2} + 3y^3 + 2\right]\, dxdy$$

dove D è il cerchio di centro $(0,0)$ e raggio 2.

....

Risposta [4 punti]:

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Corso di Laurea: ♢ AUTL; ♢ AMBL; ♢ CIVL; ♢ GESL. ♢ INFL; ♢ MATL; ♢ MECL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare, indicare il numero di matricola e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE **il foglio A e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Determinare la primitiva $F :]1, +\infty[\to \mathbb{R}$ della funzione
$$f(x) = \frac{5 \arctan \sqrt{x-1}}{x\sqrt{x-1}}$$
tale che $\lim_{x\to+\infty} F(x) = \frac{5}{4}\pi^2$.

....

Risposta [3 punti]:

---

2. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y'(x) + 2xy(x) = |x| \\ y(2) = 0. \end{cases}$$
Calcolare $y(-2)$.

....

Risposta [4 punti]:

---

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Si consideri la funzione $f_\alpha : A_\alpha \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da
$$f_\alpha(x, y) = (x^2 + y^2 - \alpha + 2)^{-1/2} + (\alpha - 2)\ln(\alpha - x^2 - y^2).$$
Si determini il dominio A_α al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$.

....

Risposta [4 punti]:

---

4. Determinare e classificare i punti stazionari di

$$f(x,y) = (x^2 - 9)^4 + \arctan^2 y.$$

. . . .

Risposta [Determinazione dei punti stazionari 2 punti, classificazione 2 punti]:

---

5. Sia data la funzione $g(x,y) = xye^{xy}$ nel dominio

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, 1 \leq y \leq 6, xy \leq 6\}.$$

Calcolare il minimo m ed il massimo M di g su D specificando in quali punti essi vengono assunti.

. . . .

Risposta [Calcolo di m e punti di minimo 2 punti, calcolo di M e punti di massimo 2 punti]:

---

6. Determinare $\gamma : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}^2$ sapendo che

$$\gamma'(t) = 3 \sin t \, \vec{i} - 3 \cos t \, \vec{j}$$

e $\gamma(0) = \vec{i} + 3\vec{j}$.

. . . .

Risposta [3 punti]:

---

7. Determinare almeno un valore di $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui $\oint_\gamma \vec{F} = 0$ dove $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbb{R}^2$ è dato da

$$\vec{F}(x,y) = \frac{\alpha x}{x^2 + y^2} \vec{i} + \frac{3y}{x^2 + y^2} \vec{j}$$

e γ è il bordo del quadrato di vertici $(1,0)$, $(2,0)$, $(2,1)$ e $(1,1)$ percorso in senso antiorario.

. . . .

Risposta [4 punti]:

---

8. Calcolare

$$\iint_D \left[3x^2 \tan \frac{x}{3} + 4y^3 + 3 \right] \, dxdy$$

dove D è il cerchio di centro $(0,0)$ e raggio 3.

. . . .

Risposta [4 punti]:

---

1. Determinare la primitiva $F :]1, +\infty[\to \mathbb{R}$ della funzione

$$f(x) = \frac{5 \arctan \sqrt{x-1}}{x\sqrt{x-1}}$$

tale che $\lim_{x \to +\infty} F(x) = \frac{5}{4}\pi^2$.

. . . .

Risposta [3 punti]:

---

2. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + 2xy(x) = |x| \\ y(2) = 0. \end{cases}$$

Calcolare $y(-2)$.

. . . .

Risposta [4 punti]:

---

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Si consideri la funzione $f_\alpha : A_\alpha \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f_\alpha(x, y) = (x^2 + y^2 - \alpha + 2)^{-1/2} + (\alpha - 2)\ln(\alpha - x^2 - y^2).$$

Si determini il dominio A_α al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$.

. . . .

Risposta [4 punti]:

---

4. Determinare e classificare i punti stazionari di

$$f(x, y) = (x^2 - 9)^4 + \arctan^2 y.$$

. . . .

Risposta [Determinazione dei punti stazionari 2 punti, classificazione 2 punti]:

---

5. Sia data la funzione $g(x,y) = xye^{xy}$ nel dominio

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, 1 \leq y \leq 6, xy \leq 6\}.$$

Calcolare il minimo m ed il massimo M di g su D specificando in quali punti essi vengono assunti.

. . . .

Risposta [Calcolo di m e punti di minimo 2 punti, calcolo di M e punti di massimo 2 punti]:

---

6. Determinare $\gamma : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}^2$ sapendo che

$$\gamma'(t) = 3\sin t\,\vec{i} - 3\cos t\,\vec{j}$$

e $\gamma(0) = \vec{i} + 3\vec{j}$.

. . . .

Risposta [3 punti]:

---

7. Determinare almeno un valore di $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui $\oint_\gamma \vec{F} = 0$ dove $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbb{R}^2$ è dato da

$$\vec{F}(x,y) = \frac{\alpha x}{x^2+y^2}\vec{i} + \frac{3y}{x^2+y^2}\vec{j}$$

e γ è il bordo del quadrato di vertici $(1,0)$, $(2,0)$, $(2,1)$ e $(1,1)$ percorso in senso antiorario.

. . . .

Risposta [4 punti]:

---

8. Calcolare

$$\iint_D \left[3x^2 \tan\frac{x}{3} + 4y^3 + 3\right]\,dxdy$$

dove D è il cerchio di centro $(0,0)$ e raggio 3.

. . . .

Risposta [4 punti]:

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Corso di Laurea: ♢ AUTL; ♢ AMBL; ♢ CIVL; ♢ GESL. ♢ INFL; ♢ MATL; ♢ MECL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare, indicare il numero di matricola e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE **il foglio A e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Determinare la primitiva $F :]1, +\infty[\to \mathbb{R}$ della funzione

$$f(x) = \frac{7 \arctan \sqrt{x-1}}{x\sqrt{x-1}}$$

tale che $\lim_{x\to+\infty} F(x) = \frac{7}{4}\pi^2$.

....

Risposta [3 punti]:

---

2. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + 2xy(x) = |x| \\ y(3) = 0. \end{cases}$$

Calcolare $y(-3)$.

....

Risposta [4 punti]:

---

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Si consideri la funzione $f_\alpha : A_\alpha \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f_\alpha(x, y) = (x^2 + y^2 - \alpha + 3)^{-1/2} + (\alpha - 3)\ln(\alpha - x^2 - y^2).$$

Si determini il dominio A_α al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$.

....

Risposta [4 punti]:

---

4. Determinare e classificare i punti stazionari di

$$f(x,y) = (x^2 - 16)^4 + \arctan^2 y.$$

....

Risposta [Determinazione dei punti stazionari 2 punti, classificazione 2 punti]:

---

5. Sia data la funzione $g(x,y) = xye^{xy}$ nel dominio

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, 1 \leq y \leq 5, xy \leq 5\}.$$

Calcolare il minimo m ed il massimo M di g su D specificando in quali punti essi vengono assunti.

....

Risposta [Calcolo di m e punti di minimo 2 punti, calcolo di M e punti di massimo 2 punti]:

---

6. Determinare $\gamma : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}^2$ sapendo che

$$\gamma'(t) = 4 \sin t\, \vec{i} - 4 \cos t\, \vec{j}$$

e $\gamma(0) = \vec{i} + 4\vec{j}$.

....

Risposta [3 punti]:

---

7. Determinare almeno un valore di $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui $\oint_\gamma \vec{F} = 0$ dove $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbb{R}^2$ è dato da

$$\vec{F}(x,y) = \frac{\alpha x}{x^2+y^2}\vec{i} + \frac{4y}{x^2+y^2}\vec{j}$$

e γ è il bordo del quadrato di vertici $(1,0)$, $(2,0)$, $(2,1)$ e $(1,1)$ percorso in senso antiorario.

....

Risposta [4 punti]:

---

8. Calcolare

$$\iint_D \left[4x^2 \tan\frac{x}{4} + 5y^3 + 4\right]\, dxdy$$

dove D è il cerchio di centro $(0,0)$ e raggio 4.

....

Risposta [4 punti]:

---

1. Determinare la primitiva $F :]1, +\infty[\to \mathbb{R}$ della funzione

$$f(x) = \frac{7 \arctan \sqrt{x-1}}{x\sqrt{x-1}}$$

tale che $\lim_{x\to+\infty} F(x) = \frac{7}{4}\pi^2$.

Risposta [3 punti]:

2. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + 2xy(x) = |x| \\ y(3) = 0. \end{cases}$$

Calcolare $y(-3)$.

Risposta [4 punti]:

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Si consideri la funzione $f_\alpha : A_\alpha \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f_\alpha(x, y) = (x^2 + y^2 - \alpha + 3)^{-1/2} + (\alpha - 3) \ln(\alpha - x^2 - y^2).$$

Si determini il dominio A_α al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$.

Risposta [4 punti]:

4. Determinare e classificare i punti stazionari di

$$f(x, y) = (x^2 - 16)^4 + \arctan^2 y.$$

Risposta [Determinazione dei punti stazionari 2 punti, classificazione 2 punti]:

5. Sia data la funzione $g(x,y) = xye^{xy}$ nel dominio

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, 1 \leq y \leq 5, xy \leq 5\}.$$

Calcolare il minimo m ed il massimo M di g su D specificando in quali punti essi vengono assunti.

. . . .

Risposta [Calcolo di m e punti di minimo 2 punti, calcolo di M e punti di massimo 2 punti]:

---

6. Determinare $\gamma : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}^2$ sapendo che

$$\gamma'(t) = 4 \sin t \, \vec{i} - 4 \cos t \, \vec{j}$$

e $\gamma(0) = \vec{i} + 4\vec{j}$.

. . . .

Risposta [3 punti]:

---

7. Determinare almeno un valore di $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui $\oint_\gamma \vec{F} = 0$ dove $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbb{R}^2$ è dato da

$$\vec{F}(x,y) = \frac{\alpha x}{x^2+y^2}\vec{i} + \frac{4y}{x^2+y^2}\vec{j}$$

e γ è il bordo del quadrato di vertici $(1,0)$, $(2,0)$, $(2,1)$ e $(1,1)$ percorso in senso antiorario.

. . . .

Risposta [4 punti]:

---

8. Calcolare

$$\iint_D \left[4x^2 \tan \frac{x}{4} + 5y^3 + 4\right] \, dxdy$$

dove D è il cerchio di centro $(0,0)$ e raggio 4.

. . . .

Risposta [4 punti]:

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Corso di Laurea: ♢ AUTL; ♢ AMBL; ♢ CIVL; ♢ GESL. ♢ INFL; ♢ MATL; ♢ MECL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare, indicare il numero di matricola e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE **il foglio A e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Determinare la primitiva $F :]1, +\infty[\to \mathbb{R}$ della funzione

$$f(x) = \frac{9 \arctan \sqrt{x-1}}{x\sqrt{x-1}}$$

tale che $\lim_{x\to+\infty} F(x) = \frac{9}{4}\pi^2$.

....

Risposta [3 punti]:

---

2. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + 2xy(x) = |x| \\ y(4) = 0. \end{cases}$$

Calcolare $y(-4)$.

....

Risposta [4 punti]:

---

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Si consideri la funzione $f_\alpha : A_\alpha \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f_\alpha(x, y) = (x^2 + y^2 - \alpha + 4)^{-1/2} + (\alpha - 4) \ln(\alpha - x^2 - y^2).$$

Si determini il dominio A_α al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$.

....

Risposta [4 punti]:

---

4. Determinare e classificare i punti stazionari di
$$f(x,y) = (x^2 - 25)^4 + \arctan^2 y.$$
....
Risposta [Determinazione dei punti stazionari 2 punti, classificazione 2 punti]:

---

5. Sia data la funzione $g(x,y) = xye^{xy}$ nel dominio
$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, 1 \leq y \leq 4, xy \leq 4\}.$$
Calcolare il minimo m ed il massimo M di g su D specificando in quali punti essi vengono assunti.
....
Risposta [Calcolo di m e punti di minimo 2 punti, calcolo di M e punti di massimo 2 punti]:

---

6. Determinare $\gamma : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}^2$ sapendo che
$$\gamma'(t) = 5 \sin t \, \vec{i} - 5 \cos t \, \vec{j}$$
e $\gamma(0) = \vec{i} + 5\vec{j}$.
....
Risposta [3 punti]:

---

7. Determinare almeno un valore di $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui $\oint_\gamma \vec{F} = 0$ dove $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbb{R}^2$ è dato da
$$\vec{F}(x,y) = \frac{\alpha x}{x^2+y^2}\vec{i} + \frac{5y}{x^2+y^2}\vec{j}$$
e γ è il bordo del quadrato di vertici $(1,0)$, $(2,0)$, $(2,1)$ e $(1,1)$ percorso in senso antiorario.
....
Risposta [4 punti]:

---

8. Calcolare
$$\iint_D \left[5x^2 \tan \frac{x}{5} + 6y^3 + 5\right] \, dxdy$$
dove D è il cerchio di centro $(0,0)$ e raggio 5.
....
Risposta [4 punti]:

---

1. Determinare la primitiva $F :]1, +\infty[\to \mathbb{R}$ della funzione

$$f(x) = \frac{9 \arctan \sqrt{x-1}}{x\sqrt{x-1}}$$

tale che $\lim_{x\to+\infty} F(x) = \frac{9}{4}\pi^2$.

. . . .

Risposta [3 punti]:

---

2. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + 2xy(x) = |x| \\ y(4) = 0. \end{cases}$$

Calcolare $y(-4)$.

. . . .

Risposta [4 punti]:

---

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Si consideri la funzione $f_\alpha : A_\alpha \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f_\alpha(x, y) = (x^2 + y^2 - \alpha + 4)^{-1/2} + (\alpha - 4)\ln(\alpha - x^2 - y^2).$$

Si determini il dominio A_α al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$.

. . . .

Risposta [4 punti]:

---

4. Determinare e classificare i punti stazionari di

$$f(x, y) = (x^2 - 25)^4 + \arctan^2 y.$$

. . . .

Risposta [Determinazione dei punti stazionari 2 punti, classificazione 2 punti]:

---

5. Sia data la funzione $g(x, y) = xye^{xy}$ nel dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, 1 \leq y \leq 4, xy \leq 4\}.$$

Calcolare il minimo m ed il massimo M di g su D specificando in quali punti essi vengono assunti.

. . . .

Risposta [Calcolo di m e punti di minimo 2 punti, calcolo di M e punti di massimo 2 punti]:

---

6. Determinare $\gamma : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}^2$ sapendo che

$$\gamma'(t) = 5 \sin t \, \vec{i} - 5 \cos t \, \vec{j}$$

e $\gamma(0) = \vec{i} + 5\vec{j}$.

. . . .

Risposta [3 punti]:

---

7. Determinare almeno un valore di $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui $\oint_\gamma \vec{F} = 0$ dove $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \to \mathbb{R}^2$ è dato da

$$\vec{F}(x, y) = \frac{\alpha x}{x^2 + y^2}\vec{i} + \frac{5y}{x^2 + y^2}\vec{j}$$

e γ è il bordo del quadrato di vertici $(1, 0)$, $(2, 0)$, $(2, 1)$ e $(1, 1)$ percorso in senso antiorario.

. . . .

Risposta [4 punti]:

---

8. Calcolare

$$\iint_D \left[5x^2 \tan \frac{x}{5} + 6y^3 + 5\right] \, dxdy$$

dove D è il cerchio di centro $(0, 0)$ e raggio 5.

. . . .

Risposta [4 punti]:

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Corso di Laurea: ♢ AUTL; ♢ AMBL; ♢ CIVL; ♢ GESL. ♢ INFL; ♢ MATL; ♢ MECL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare, indicare il numero di matricola e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE **il foglio A e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Determinare la primitiva $F :]1, +\infty[\to \mathbb{R}$ della funzione

$$f(x) = \frac{11 \arctan \sqrt{x-1}}{x\sqrt{x-1}}$$

tale che $\lim_{x\to+\infty} F(x) = \frac{11}{4}\pi^2$.

....

Risposta [3 punti]:

---

2. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + 2xy(x) = |x| \\ y(5) = 0. \end{cases}$$

Calcolare $y(-5)$.

....

Risposta [4 punti]:

---

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Si consideri la funzione $f_\alpha : A_\alpha \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f_\alpha(x, y) = (x^2 + y^2 - \alpha + 5)^{-1/2} + (\alpha - 5) \ln(\alpha - x^2 - y^2).$$

Si determini il dominio A_α al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$.

....

Risposta [4 punti]:

---

4. Determinare e classificare i punti stazionari di
$$f(x,y) = (x^2 - 36)^4 + \arctan^2 y.$$

....

Risposta [Determinazione dei punti stazionari 2 punti, classificazione 2 punti]:

---

5. Sia data la funzione $g(x,y) = xye^{xy}$ nel dominio
$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, 1 \leq y \leq 3, xy \leq 3\}.$$
Calcolare il minimo m ed il massimo M di g su D specificando in quali punti essi vengono assunti.

....

Risposta [Calcolo di m e punti di minimo 2 punti, calcolo di M e punti di massimo 2 punti]:

---

6. Determinare $\gamma : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}^2$ sapendo che
$$\gamma'(t) = 6 \sin t \, \vec{i} - 6 \cos t \, \vec{j}$$
e $\gamma(0) = \vec{i} + 6\vec{j}$.

....

Risposta [3 punti]:

---

7. Determinare almeno un valore di $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui $\oint_\gamma \vec{F} = 0$ dove $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbb{R}^2$ è dato da
$$\vec{F}(x,y) = \frac{\alpha x}{x^2+y^2}\vec{i} + \frac{6y}{x^2+y^2}\vec{j}$$
e γ è il bordo del quadrato di vertici $(1,0)$, $(2,0)$, $(2,1)$ e $(1,1)$ percorso in senso antiorario.

....

Risposta [4 punti]:

---

8. Calcolare
$$\iint_D \left[6x^2 \tan \frac{x}{6} + 7y^3 + 6\right] \, dxdy$$
dove D è il cerchio di centro $(0,0)$ e raggio 6.

....

Risposta [4 punti]:

---

1. Determinare la primitiva $F :]1, +\infty[\to \mathbb{R}$ della funzione

$$f(x) = \frac{11 \arctan \sqrt{x-1}}{x\sqrt{x-1}}$$

tale che $\lim_{x\to+\infty} F(x) = \frac{11}{4}\pi^2$.

. . . .

Risposta [3 punti]:

---

2. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + 2xy(x) = |x| \\ y(5) = 0. \end{cases}$$

Calcolare $y(-5)$.

. . . .

Risposta [4 punti]:

---

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Si consideri la funzione $f_\alpha : A_\alpha \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f_\alpha(x, y) = (x^2 + y^2 - \alpha + 5)^{-1/2} + (\alpha - 5)\ln(\alpha - x^2 - y^2).$$

Si determini il dominio A_α al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$.

. . . .

Risposta [4 punti]:

---

4. Determinare e classificare i punti stazionari di

$$f(x, y) = (x^2 - 36)^4 + \arctan^2 y.$$

. . . .

Risposta [Determinazione dei punti stazionari 2 punti, classificazione 2 punti]:

---

5. Sia data la funzione $g(x,y) = xye^{xy}$ nel dominio

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, 1 \leq y \leq 3, xy \leq 3\}.$$

Calcolare il minimo m ed il massimo M di g su D specificando in quali punti essi vengono assunti.

. . . .

Risposta [Calcolo di m e punti di minimo 2 punti, calcolo di M e punti di massimo 2 punti]:

---

6. Determinare $\gamma : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}^2$ sapendo che

$$\gamma'(t) = 6 \sin t \, \vec{i} - 6 \cos t \, \vec{j}$$

e $\gamma(0) = \vec{i} + 6\vec{j}$.

. . . .

Risposta [3 punti]:

---

7. Determinare almeno un valore di $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui $\oint_\gamma \vec{F} = 0$ dove $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbb{R}^2$ è dato da

$$\vec{F}(x,y) = \frac{\alpha x}{x^2+y^2}\vec{i} + \frac{6y}{x^2+y^2}\vec{j}$$

e γ è il bordo del quadrato di vertici $(1,0)$, $(2,0)$, $(2,1)$ e $(1,1)$ percorso in senso antiorario.

. . . .

Risposta [4 punti]:

---

8. Calcolare

$$\iint_D \left[6x^2 \tan \frac{x}{6} + 7y^3 + 6\right] \, dxdy$$

dove D è il cerchio di centro $(0,0)$ e raggio 6.

. . . .

Risposta [4 punti]:

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Corso di Laurea: ♢ AUTL; ♢ AMBL; ♢ CIVL; ♢ GESL. ♢ INFL; ♢ MATL; ♢ MECL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare, indicare il numero di matricola e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE **il foglio A e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Determinare la primitiva $F :]1, +\infty[\to \mathbb{R}$ della funzione
$$f(x) = \frac{13 \arctan \sqrt{x-1}}{x\sqrt{x-1}}$$
tale che $\lim_{x\to+\infty} F(x) = \frac{13}{4}\pi^2$.

....

Risposta [3 punti]:

---

2. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y'(x) + 2xy(x) = |x| \\ y(6) = 0. \end{cases}$$
Calcolare $y(-6)$.

....

Risposta [4 punti]:

---

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Si consideri la funzione $f_\alpha : A_\alpha \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da
$$f_\alpha(x, y) = (x^2 + y^2 - \alpha + 6)^{-1/2} + (\alpha - 6)\ln(\alpha - x^2 - y^2).$$
Si determini il dominio A_α al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$.

....

Risposta [4 punti]:

---

4. Determinare e classificare i punti stazionari di
$$f(x,y) = (x^2 - 49)^4 + \arctan^2 y.$$
. . . .
Risposta [Determinazione dei punti stazionari 2 punti, classificazione 2 punti]:

---

5. Sia data la funzione $g(x,y) = xye^{xy}$ nel dominio
$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, 1 \leq y \leq 2, xy \leq 2\}.$$
Calcolare il minimo m ed il massimo M di g su D specificando in quali punti essi vengono assunti.
. . . .
Risposta [Calcolo di m e punti di minimo 2 punti, calcolo di M e punti di massimo 2 punti]:

---

6. Determinare $\gamma : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}^2$ sapendo che
$$\gamma'(t) = 7 \sin t \, \vec{i} - 7 \cos t \, \vec{j}$$
e $\gamma(0) = \vec{i} + 7\vec{j}$.
. . . .
Risposta [3 punti]:

---

7. Determinare almeno un valore di $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui $\oint_\gamma \vec{F} = 0$ dove $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbb{R}^2$ è dato da
$$\vec{F}(x,y) = \frac{\alpha x}{x^2 + y^2}\vec{i} + \frac{7y}{x^2 + y^2}\vec{j}$$
e γ è il bordo del quadrato di vertici $(1,0)$, $(2,0)$, $(2,1)$ e $(1,1)$ percorso in senso antiorario.
. . . .
Risposta [4 punti]:

---

8. Calcolare
$$\iint_D \left[7x^2 \tan \frac{x}{7} + 8y^3 + 7\right] \, dxdy$$
dove D è il cerchio di centro $(0,0)$ e raggio 7.
. . . .
Risposta [4 punti]:

---

1. Determinare la primitiva $F :]1, +\infty[\to \mathbb{R}$ della funzione
$$f(x) = \frac{13 \arctan \sqrt{x-1}}{x\sqrt{x-1}}$$
tale che $\lim_{x\to+\infty} F(x) = \frac{13}{4}\pi^2$.

   ...

   Risposta [3 punti]:

2. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y'(x) + 2xy(x) = |x| \\ y(6) = 0. \end{cases}$$
Calcolare $y(-6)$.

   ...

   Risposta [4 punti]:

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Si consideri la funzione $f_\alpha : A_\alpha \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da
$$f_\alpha(x,y) = (x^2 + y^2 - \alpha + 6)^{-1/2} + (\alpha - 6)\ln(\alpha - x^2 - y^2).$$
Si determini il dominio A_α al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$.

   ...

   Risposta [4 punti]:

4. Determinare e classificare i punti stazionari di
$$f(x,y) = (x^2 - 49)^4 + \arctan^2 y.$$

   ...

   Risposta [Determinazione dei punti stazionari 2 punti, classificazione 2 punti]:

5. Sia data la funzione $g(x,y) = xye^{xy}$ nel dominio

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, 1 \leq y \leq 2, xy \leq 2\}.$$

Calcolare il minimo m ed il massimo M di g su D specificando in quali punti essi vengono assunti.

. . . .

Risposta [Calcolo di m e punti di minimo 2 punti, calcolo di M e punti di massimo 2 punti]:

---

6. Determinare $\gamma : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}^2$ sapendo che

$$\gamma'(t) = 7 \sin t \, \vec{i} - 7 \cos t \, \vec{j}$$

e $\gamma(0) = \vec{i} + 7\vec{j}$.

. . . .

Risposta [3 punti]:

---

7. Determinare almeno un valore di $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui $\oint_\gamma \vec{F} = 0$ dove $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbb{R}^2$ è dato da

$$\vec{F}(x,y) = \frac{\alpha x}{x^2 + y^2} \vec{i} + \frac{7y}{x^2 + y^2} \vec{j}$$

e γ è il bordo del quadrato di vertici $(1,0)$, $(2,0)$, $(2,1)$ e $(1,1)$ percorso in senso antiorario.

. . . .

Risposta [4 punti]:

---

8. Calcolare

$$\iint_D \left[7x^2 \tan \frac{x}{7} + 8y^3 + 7 \right] dxdy$$

dove D è il cerchio di centro $(0,0)$ e raggio 7.

. . . .

Risposta [4 punti]:
