Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Corso di Laurea: ♢ AMBL; ♢ CIVL; ♢ GESL.

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un “SI” vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A con TUTTI I FOGLI DELLO SVOLGIMENTO e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. Dato il problema di Cauchy
$$\begin{cases} y'' + y = 2(7x+1)e^x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$
allora $\lim_{x\to+\infty} \frac{y(x)}{xe^x}$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $+\infty$ $\boxed{\text{B}}$: 7 $\boxed{\text{C}}$: non esiste $\boxed{\text{D}}$: 0

2. Si considerino la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da
$$f(x,y) = \begin{cases} \arctan \frac{y}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ \frac{3}{2}\pi & \text{se } x = 0 \end{cases}$$
e il versore $v = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$. Delle seguenti affermazioni

   (a) $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ non esiste (b) $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$ (c) $\frac{\partial f}{\partial v}(0,0)$ non esiste (d) $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ non esiste (e) $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 0$

   le uniche corrette sono

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (c), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (b) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b), (c) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c), (d)

3. L'integrale $\displaystyle\int_1^{e^7} \frac{\log(1+\log x)}{x}\,dx$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $7-8\log 8$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{2}\log^2 8$ $\boxed{\text{C}}$: 0 $\boxed{\text{D}}$: $8\log 8 - 7$

---

4. Sia γ la curva data da $\gamma(t) = 2\cosh t\,\vec{i} + 2\sinh t\,\vec{j} + 2t\vec{k}$, con $0 \le t \le 1$. La lunghezza di γ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $2\sqrt{2}\sinh 1$ $\boxed{\text{B}}$: $2\sqrt{2}$ $\boxed{\text{C}}$: 0 $\boxed{\text{D}}$: $2\sqrt{2}(\cosh 1 - 1)$

---

5. L'integrale curvilineo $\displaystyle\int_\gamma \vec{F}$ dove $\vec{F}$ è il campo vettoriale definito da

$$\vec{F}(x,y) = \left[2x\log(y^2+2) + \frac{2xy^2}{x^2+2}\right]\vec{i} + \left[2y\log(x^2+2) + \frac{2yx^2}{y^2+2}\right]\vec{j}$$

e γ è la poligonale costituita dai segmenti AB e BC con $A=(-1,0)$, $B=(0,1)$, $C=(2,0)$ percorsa da A a C vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $6\log 2$ $\boxed{\text{B}}$: $3\log 2$ $\boxed{\text{C}}$: $-3\log 2$ $\boxed{\text{D}}$: 0

---

6. L'integrale doppio $\displaystyle\iint_T [\sin y + 3x]\,dxdy$, dove $T = (Q \setminus C) \cap \{x > 0\}$, $Q = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \le 2,\ |y| \le 2\,\}$ e C è il cerchio di centro $(0,0)$ e raggio 2 vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: -8 $\boxed{\text{B}}$: 8 $\boxed{\text{C}}$: 0 $\boxed{\text{D}}$: 24

---

7. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $f(x,y) = (y-x^2)^2(y-7x)$ e sia $C = \{(\alpha,\alpha^2) : \alpha \in \mathbb{R}\}$. Il generico punto di C

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: è una sella se e solo se $\alpha = 7$ $\boxed{\text{B}}$: è un massimo locale per $0 \le \alpha < 7$ $\boxed{\text{C}}$: è un minimo locale per $\alpha < 0$ e $\alpha > 7$ $\boxed{\text{D}}$: non è stazionario per f

---

8. Si considerino la funzione $g(x,y) = (x-y+1)\log(x-y+1)$ e il dominio $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x-y \le 1 \text{ e } 0 \le y \le 1\}$. Siano m il minimo e M il massimo di g su D. Delle seguenti affermazioni

(a) $m = 0$ (b) $M = 2\log 2$ (c) esistono infiniti punti di massimo (d) esiste un solo punto di minimo (e) esistono esattamente due punti di massimo

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (e) $\boxed{\text{B}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{C}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{D}}$: (a), (b), (c)
