

Cognome e nome

Firma

Corso di Laurea: \diamond per l'ambiente e il territorio ; \diamond dell'automazione industriale; \diamond civile; \diamond gestionale;
 \diamond dei materiali; \diamond meccanica.

- Istruzioni. 1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
 5. CONSEGNARE il foglio A e tutti i fogli di protocollo.
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Sia $\tilde{y}(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x^4 y' + 2x^3 y = 4x^3 - 1 \\ y(1) = 3 \end{cases}$$

Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} \tilde{y}(x)$.

.....
Risposta [3 punti]:

2. Sia $\mathcal{F}(x)$ la primitiva di

$$f(x) = \frac{\log(x+1)}{(x+3)^2}$$

tale che $\mathcal{F}(0) = 0$. Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} \mathcal{F}(x)$.

.....
Risposta [4 punti]:

3. Siano $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ con $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$ e $\gamma : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^2$ con $\gamma(t) = (t, t^2)$. Sia $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g = f \circ \gamma$. Sapendo che $\nabla f(-1, 1) = (2, 3)$, calcolare $g'(-1)$.

.....
Risposta [4 punti]:

4. Sia $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione definita da $f(x, y) = 2xy(x + y) + 7$. Determinare e classificare i punti stazionari di f .

.....
Risposta [determinazione: 1 punto, classificazione: 3 punti]:

5. Calcolare la lunghezza della curva $\gamma(t) = (\frac{1}{2}t^2, \frac{1}{3}t^3)$ con $-1 \leq t \leq 1$.

.....
Risposta [3 punti]:

6. Si consideri la funzione $g(x, y) = e^{|x+y|}$ nel dominio

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : -1 \leq x \leq 0, -x \leq y \leq -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \right\}.$$

Calcolare $m = \min_{(x,y) \in D} g(x, y)$ e $M = \max_{(x,y) \in D} g(x, y)$.

.....
Risposta [Calcolo di m : 2 punti, calcolo di M : 2 punti]:

7. Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_T [21\sqrt{1-x^2-y^2} + 3y \cos x] dx dy,$$

dove $T = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 - 1 \leq 0, x \geq 0\}$.

.....
Risposta [4 punti]:

8. Sia $\vec{F} : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ il campo vettoriale definito da

$$\vec{F}(x, y) = (y + \sin x) \vec{i}_1 + (x + e^{y^2}) \vec{i}_2.$$

Detto φ il potenziale di \vec{F} che vale 0 in $(1, 2)$, calcolare $\frac{\partial \varphi}{\partial v}(0, 0)$, dove $v = (2, 3)$.

.....
Risposta [4 punti]:
