

1. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora l'uguaglianza

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\alpha x + 2 \cos x) dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \alpha x^2 \cos x dx.$$

vale se e solo se

Risp.: **A** : $\alpha = \frac{16}{\pi^2 - 16}$ **B** : per nessun valore di α **C** : $\alpha = \frac{8}{\pi^2 - 8}$ **D** : per infiniti valori di α

2. Sia $y :]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[\rightarrow \mathbb{R}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + y \tan x = \cos^2 x e^{\sin x}, \\ y(0) = 3. \end{cases}$$

Allora $y(\pi/4)$ vale

Risp.: **A** : 3 **B** : $e^{\frac{\sqrt{2}}{2}} + 2$ **C** : $\frac{1}{2}e^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ **D** : $\frac{\sqrt{2}}{2}(e^{\frac{\sqrt{2}}{2}} + 2)$

3. Sia f la funzione definita da

$$f(x, y) = \sqrt{7x - y^2} + \log(7 - x) + \sqrt{(x - 7)^2 + y^2 - 1}.$$

Allora il dominio A di f è dato da

Risp.: **A** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq \frac{1}{7}y^2, (x - 7)^2 + y^2 \geq 1, x < 7\}$ **B** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > \frac{1}{7}y^2, (x - 7)^2 + y^2 \geq 1, x < 7\}$ **C** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq \frac{1}{7}y^2, (x - 7)^2 + y^2 > 1, x < 7\}$ **D** : $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq \frac{1}{7}y^2, (x - 7)^2 + y^2 \geq 1, x \leq 7\}$

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x, y) = \frac{x^3}{3} - 4x + \sin^4 y.$$

Allora l'insieme $A =]-3, 3[\times]0, \frac{3}{2}\pi[$ contiene

Risp.: **A** : due massimi locali e due punti di sella **B** : un massimo locale, un minimo locale e due punti di sella **C** : infiniti punti stazionari **D** : un massimo locale, due minimi locali e un punto di sella

5. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x, y) = \sqrt{(x - 2)^2 + y^2}$$

e sia T il triangolo di vertici $A = (2, -2)$, $B = (-4, 4)$, $C = (-4, -2)$. Detti $m = \min_T f$ e $M = \max_T f$, delle seguenti affermazioni

(a) $m = \sqrt{2}$ (b) $m = 2$ (c) $M = 2\sqrt{13}$ (d) A è un punto di minimo (e) C è un punto di massimo
le uniche corrette sono

Risp.: **A** : (b), (c), (d) **B** : (b), (c), (e) **C** : (a), (c) **D** : (a), (e)

6. Sia $\gamma : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$ una curva di classe C^1 tale che

$$\gamma'(t) = 7 \cos t \vec{i} - 7 \sin t \vec{j}$$

e $\gamma(0) = \vec{i} + 7\vec{j}$. Allora $\gamma(\frac{\pi}{2})$ vale

Risp.: A : $8\vec{i} + 7\vec{j}$ B : $7\vec{j}$ C : $8\vec{i}$ D : $\vec{i} + 7\vec{j}$

7. Detto

$$I = \int_{\gamma} \frac{9 \arctan^2 y}{(1 + 2x)^{3/2}} ds$$

con $\gamma(t) = \frac{t^2}{2}\vec{i} + t\vec{j}$, $0 \leq t \leq \sqrt{3}$, $\sqrt[3]{I}$ vale

Risp.: A : $\sqrt[3]{3}\frac{\pi}{6}$ B : $\sqrt[3]{3}\pi$ C : 0 D : $\sqrt[3]{3}\frac{\pi}{3}$

8. Sia $T \subseteq \mathbb{R}^2$ il dominio del piano compreso fra le iperboli $y = \frac{2}{x}$, $y = -\frac{2}{x}$ e le rette $x = 2$ e $x = 3$. Allora l'integrale doppio

$$\iint_T 2x|y| \log x \, dx dy$$

vale

Risp.: A : $4[\log^2 3 - \log^2 2]$ B : 0 C : $[\log^2 3 - \log^2 2]$ D : $4[\log^2 3 + \log^2 2]$
