

1. L'integrale $\int_{\pi/2}^{\pi} 2\sqrt{1 + \cos x} dx$ vale

Risp.: A : 0 B : $2(\sqrt{2} - 1)$ C : $4(\sqrt{2} - 1)$ D : $-2\sqrt{2}$

2. Sia $\tilde{y}(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 3y' = 1 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = \frac{2}{3}. \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(-\frac{1}{3})$ vale

Risp.: A : $-\frac{1}{9}$ B : $-\frac{1-2e}{9}$ C : 0 D : $-\frac{e}{9}$

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x, y) = \begin{cases} x + (y - x)^2 & \text{se } xy \geq 0 \\ x^2 + 14y + y^3 & \text{se } xy < 0. \end{cases}$$

Allora $\frac{\partial f}{\partial v}(0, 0)$ dove $v = (\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$ vale

Risp.: A : $-7\sqrt{2}$ B : $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C : $7\sqrt{2}$ D : $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

4. Data la funzione $f(x, y) = e^{x^4 - 2y^2}$, allora

Risp.: A : non ammette punti stazionari B : ammette un punto di sella C : ammette un punto di minimo locale D : ammette un punto di massimo locale

5. Si consideri la funzione $g(x, y) = \frac{1}{3}(x - 3)^2 \arctan(y + \frac{\sqrt{3}}{3})$ nel dominio T costituito dai (soli) lati del triangolo di vertici $A = (0, 0)$, $B = (6, 0)$, $C = (6, 2\frac{\sqrt{3}}{3})$. Allora il massimo M ed il minimo m di g su T valgono

Risp.: A : $m = \frac{\pi}{2}$, $M = \pi$ B : $m = -\frac{\pi}{2}$, $M = \pi$ C : $m = 0$, $M = \pi$ D : $m = 0$, $M = 2\pi$

6. Sia data la curva $\gamma(t) = 2 \cos t \vec{i} + 2 \sin t \vec{j} + \sqrt{\alpha t} \vec{k}$, $t \in [0, 2\pi]$, $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Allora $\|\gamma'(t)\| = 3$ per ogni $t \in [0, 2\pi]$ se e solo se

Risp.: A : $\alpha = 3$ B : $\alpha = -5$ C : $\alpha = 5$ D : $\alpha = 2$

7. L'integrale curvilineo $\int_{\gamma} \frac{2(x+y)}{x^2} ds$ dove γ è il grafico della funzione $f(x) = x(-1 + \ln x)$ con $1 \leq x \leq e^7$ vale

Risp.: A : $\frac{2}{3}50^{3/2}$ B : $\frac{2}{3}(50^{1/2} - 1)$ C : $50^{3/2} - 1$ D : $\frac{2}{3}(50^{3/2} - 1)$

8. L'integrale doppio $\frac{4}{3} \iint_T \frac{x^3 y}{x^2 + y^2} dx dy$, dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2, 0 \leq y \leq x\}$, vale

Risp.: A : $\frac{3}{16}$ B : $-\frac{3}{16}$ C : $\frac{2^4-1}{16}$ D : 0
