

Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: ◇ AUTL; ◇ AMBL; ◇ CIVL; ◇ GESL. ◇ INFL; ◇ MATL; ◇ MECL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare, indicare il numero di matricola e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A e tutti i fogli di protocollo.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Sia $f :] - \infty, 0] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = e^x \sqrt{1 - e^{2x}}$. Calcolare la primitiva F di f tale che $F(0) = \frac{\pi}{4} + 7$.

.....
Risposta [4 punti]:

2. Determinare la soluzione dell'equazione differenziale

$$y' = \frac{e^{-y}x}{x^2 - 2x + 1}$$

tale che $y(2) = 2$.

.....
Risposta [3 punti]:

3. Si consideri la funzione $f : A \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$$

definita nel suo dominio A , e sia $v = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. Si determinino i punti $P = (x_0, y_0)$ sulla bisettrice del primo e terzo quadrante tali che $\frac{\partial f}{\partial v}(x_0, y_0) = 1$.

.....
Risposta [4 punti]:

4. Determinare e classificare i punti stazionari della funzione $f : A \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = 7(y - 1)(x^2 + y^2 - 1)^2$$

$$e A = \{(x, y) : y > 0\}$$

.....
Risposta [Determinazione dei punti stazionari 2 punti, classificazione 2 punti]:

5. Siano f la funzione definita da

$$f(x, y) = (x + y)^2 \ln(x + y)$$

e T il trapezio chiuso di vertici $A = (1/\sqrt{e}, 0)$, $B = (2, 0)$, $C = (0, 2)$ e $D = (0, 1/\sqrt{e})$. Calcolare il minimo m ed il massimo M di f su T specificando in quali punti essi vengono assunti.

.....
Risposta [Calcolo di m e punti di minimo 2 punti, calcolo di M e punti di massimo 2 punti]:

6. Determinare per quali $\alpha \geq 1$ il vettore tangente alla curva γ data da $\{x = \arctan(y + 1)^\alpha : -1 \leq y \leq 3\}$ nel punto $P_0 = (\frac{\pi}{4}, 0)$ è ortogonale al vettore $v = (1, -2)$.

.....
Risposta [3 punti]:

7. Calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \vec{G}$ dove $\vec{G} = \nabla f + 7e^x \vec{i}$ (f è il campo scalare dato nell'esercizio 3) e γ è la circonferenza di centro $(0, 0)$ e raggio 1 percorsa in senso orario.

.....
Risposta [4 punti]:

8. Calcolare

$$\iint_T 2 \frac{\cos(\ln y)}{xy} dx dy$$

dove T è il trapezio di vertici $A = (e^{\frac{\pi}{2}}, 1)$, $B = (e^\pi, 1)$, $C = (e^\pi, e^\pi)$ e $D = (e^{\frac{\pi}{2}}, e^{\frac{\pi}{2}})$.

.....
Risposta [4 punti]:

1. Sia $f :]-\infty, 0] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = e^x \sqrt{1 - e^{2x}}$. Calcolare la primitiva F di f tale che $F(0) = \frac{\pi}{4} + 7$.
-

Risposta [4 punti]:

2. Determinare la soluzione dell'equazione differenziale

$$y' = \frac{e^{-y}x}{x^2 - 2x + 1}$$

tale che $y(2) = 2$.

.....

Risposta [3 punti]:

3. Si consideri la funzione $f : A \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$$

definita nel suo dominio A , e sia $v = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. Si determinino i punti $P = (x_0, y_0)$ sulla bisettrice del primo e terzo quadrante tali che $\frac{\partial f}{\partial v}(x_0, y_0) = 1$.

.....

Risposta [4 punti]:

4. Determinare e classificare i punti stazionari della funzione $f : A \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = 7(y - 1)(x^2 + y^2 - 1)^2$$

e $A = \{(x, y) : y > 0\}$

.....

Risposta [Determinazione dei punti stazionari 2 punti, classificazione 2 punti]:

5. Siano f la funzione definita da

$$f(x, y) = (x + y)^2 \ln(x + y)$$

e T il trapezio chiuso di vertici $A = (1/\sqrt{e}, 0)$, $B = (2, 0)$, $C = (0, 2)$ e $D = (0, 1/\sqrt{e})$. Calcolare il minimo m ed il massimo M di f su T specificando in quali punti essi vengono assunti.

.....

Risposta [Calcolo di m e punti di minimo 2 punti, calcolo di M e punti di massimo 2 punti]:

6. Determinare per quali $\alpha \geq 1$ il vettore tangente alla curva γ data da $\{x = \arctan(y + 1)^\alpha : -1 \leq y \leq 3\}$ nel punto $P_0 = (\frac{\pi}{4}, 0)$ è ortogonale al vettore $v = (1, -2)$.

.....

Risposta [3 punti]:

7. Calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \vec{G}$ dove $\vec{G} = \nabla f + 7e^x \vec{i}$ (f è il campo scalare dato nell'esercizio 3) e γ è la circonferenza di centro $(0, 0)$ e raggio 1 percorsa in senso orario.

.....

Risposta [4 punti]:

8. Calcolare

$$\iint_T 2 \frac{\cos(\ln y)}{xy} dx dy$$

dove T è il trapezio di vertici $A = (e^{\frac{\pi}{2}}, 1)$, $B = (e^\pi, 1)$, $C = (e^\pi, e^\pi)$ e $D = (e^{\frac{\pi}{2}}, e^{\frac{\pi}{2}})$.

.....

Risposta [4 punti]:
