

1. L'integrale $\int_{\pi/2}^{\pi} 2\sqrt{1 + \cos x} \, dx$ vale

Risp.: A : $4(\sqrt{2} - 1)$ B : 0 C : $2(\sqrt{2} - 1)$ D : $-2\sqrt{2}$

2. Sia $\tilde{y}(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 3y' = 1 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = \frac{2}{3}. \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(-\frac{1}{3})$ vale

Risp.: A : $-\frac{1}{9}$ B : $-\frac{1-2e}{9}$ C : $-\frac{e}{9}$ D : 0

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x, y) = \begin{cases} x + (y - x)^2 & \text{se } xy \geq 0 \\ x^2 + 14y + y^3 & \text{se } xy < 0. \end{cases}$$

Allora $\frac{\partial f}{\partial v}(0, 0)$ dove $v = (\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$ vale

Risp.: A : $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B : $7\sqrt{2}$ C : $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ D : $-7\sqrt{2}$

4. Data la funzione $f(x, y) = e^{x^4 - 2y^2}$, allora

Risp.: A : non ammette punti stazionari B : ammette un punto di minimo locale C : ammette un punto di massimo locale D : ammette un punto di sella

5. Si consideri la funzione $g(x, y) = 2(x^2 + y^2)$ nel dominio $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| = 2\}$. Definendo $m = \min_{(x,y) \in A} g(x, y)$, si ha che

Risp.: A : $m = 1$ B : $m = 2$ C : $m = 4$ D : $m = 5$

6. Data la curva $\gamma(t) = 3(t \cos t + \sin t)\vec{i} + 3(t \sin t - \cos t)\vec{j}$, $0 \leq t \leq 2\pi$, il versore tangente a γ nel punto $(x_0, y_0) = (0, -3)$ corrispondente a $t_0 = 0$ è

Risp.: A : $(1, 0)$ B : $(3, 0)$ C : $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ D : $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$

7. Calcolare l'integrale curvilineo $\int_{\Gamma} \sqrt{1-x^2} dx + xdy$, dove Γ è l'arco di ellisse di equazione $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$, $x \geq 0$, percorsa in senso antiorario.

Risp.: A : $-\frac{\pi}{2}$ B : $-\frac{3}{2}\pi$ C : π D : 3π

8. L'integrale doppio $\iint_T \frac{3x^2}{x^2 - y + 1} dx dy$, dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, y \leq x^2 \leq y + 1\}$ vale

Risp.: A : $\log 2$ B : $-\log 2$ C : $-\log 3$ D : 0
