

1. Sia F la primitiva di $f(x) = x \arctan \sqrt{x^2 + 1}$ tale che $F(0) = 0$. Allora

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{F(x)}{x^2 + 1}$$

vale

Risp.: A : $\frac{\pi}{3}$ B : $\frac{\pi}{2}$ C : $\frac{\pi}{4}$ D : 0

2. Sia $\tilde{y}(x)$ la soluzione del problema

$$\begin{cases} y'' - y' - 2y = 3x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

Allora $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\tilde{y}(x)}{e^{-x}}$ vale

Risp.: A : 1 B : $\frac{3}{2}$ C : $-\frac{3}{4}$ D : -1

3. Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \log \left(\frac{x^2 + y^2 - 4x + 3}{\sqrt{x^2 + 3y^4}} \right)$$

Il dominio di f è dato da

Risp.: A : un disco B : l'esterno di un disco privato di un punto C : l'esterno di un disco
 D : un disco unito a un punto

4. Siano $\alpha \in [0, 1]$ e T_α il triangolo di vertici $(-1, 0)$, $(1, 0)$, e $(-\alpha, 1)$. Data $f(x, y) = y - x$, sia M_α il massimo di f su T_α . Allora M_α raggiunge il suo valore massimo per

Risp.: A : $\alpha = 1$ B : $\alpha = 0$ C : $\alpha = \frac{1}{2}$ D : $\alpha = \frac{1}{3}$

5. Per la funzione $f(x, y) = 7x^3 + x^2y$ il punto $(0, 1)$

Risp.: A : è di minimo locale B : è di massimo locale C : è di sella D : non è stazionario

6. Sia $\gamma : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}^2$ la curva con rappresentazione parametrica

$$\gamma(t) = 4\alpha e^{t\vec{i}} + 3t^2\vec{j}.$$

Affinché la retta tangente a γ nel punto $(4\alpha e, 3)$ sia parallela alla retta $x - 2y = 0$ deve essere

Risp.: A : $\alpha = -\frac{3}{e^2}$ B : $\alpha = \frac{3}{2e}$ C : $\alpha = e$ D : $\alpha = \frac{3}{e}$

7. Sia $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ continua tale che $\int_0^1 f(x)dx = 2$ e $f(\frac{1}{2}) < 0$. Delle seguenti affermazioni

- (a) f ammette massimo ma non minimo
- (b) esiste $x_0 \in (0, 1)$ tale che $f(x_0) = 2$
- (c) $\int_0^1 |f(x)|dx > 2$
- (d) $\int_0^1 |f(x)|dx \leq 2$

quelle corrette sono tutte e sole

Risp.: A : (b), (d) B : (b), (c) C : (a), (c) D : (a), (d)

8. L'integrale

$$\iint_T \frac{xy}{x^2 + y^2 + 1} dx dy$$

dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, xy \geq 0, y \leq -x\}$ vale

Risp.: A : $\frac{1}{2}(2 - \arctan 2)$ B : 0 C : $1 - \frac{1}{4} \log 5$ D : $\frac{1}{2} - \frac{1}{8} \log 5$
