1. Sia $F :]0, +\infty[\to \mathbb{R}$ la primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{3}{x^2} \arctan \frac{1}{x}$$

tale che $F(1) = 0$. Allora $\lim_{x \to +\infty} F(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $3\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\log 2\right)$ $\boxed{\text{B}}$: $+\infty$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{3\pi}{4}$ $\boxed{\text{D}}$: $3\left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}\log 2\right)$

---

2. Sia $\tilde{y}(x)$ la soluzione dell'equazione differenziale

$$y'' + 2y' + y = 3e^{-x},$$

tale che $\lim_{x \to +\infty} \left(e^x \tilde{y}(x) - \frac{3}{2}x^2\right) = \pi$. Allora $\tilde{y}(1)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: π $\boxed{\text{B}}$: $3e^{-1}$ $\boxed{\text{C}}$: $\left(\frac{3}{2} + 2\pi\right)e^{-1}$ $\boxed{\text{D}}$: $\left(\frac{3}{2} + \pi\right)e^{-1}$

---

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2+7y^3}{x^2+y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0, 0)$ (b) f è discontinua in $(0, 0)$ (c) f è differenziabile in $(0, 0)$ (d) $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0) = 0$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$ non esiste (e) $\frac{\partial f}{\partial v}(0, 0) = 2$, dove $v = (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c) $\boxed{\text{B}}$: (a), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (b), (e) $\boxed{\text{D}}$: (b), (d)

---

4. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da

$$f(x, y) = (2y - x^2)^4 (y + x + \alpha).$$

Al variare di α, il punto $(0, 0)$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: è minimo locale per $\alpha \neq 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{\text{B}}$: è massimo locale per $\alpha < 0$, minimo locale per $\alpha > 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{\text{C}}$: è minimo locale per $\alpha < 0$, massimo locale per $\alpha > 0$ e sella per $\alpha = 0$ $\boxed{\text{D}}$: non è mai stazionario

---

5. Sia C il cerchio di centro $(3, 1)$ e raggio 1 e sia

$$f(x, y) = \frac{y}{3x}.$$

Detti M e m il massimo ed il minimo di f su C si ha

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $m = 0$ e $M = \frac{2}{9}$ $\boxed{\text{B}}$: $m = 0$ e $M = \frac{1}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $m = 0$ e $M = \frac{1}{4}$ $\boxed{\text{D}}$: $m = \frac{1}{4}$ e $M = \frac{1}{3}$

---

6. Sia $\gamma : [0,1] \to \mathbb{R}^2$ la curva data da

$$\gamma(t) = (\alpha + t(t-1))\vec{i} + (\alpha + e^{\cos t})\vec{j}$$

dove $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la curva è contenuta nel primo e quarto quadrante del piano (assi inclusi) se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \geq 0$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \geq e^{-\cos 1}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha \geq \frac{1}{4}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha \geq -e$

---

7. L'integrale curvilineo $I = \int_\gamma \vec{F}$ dove

$$\vec{F}(x,y) = \left(\ln(x+2y) + \frac{x}{x+2y}\right)\vec{i} + \frac{2x}{x+2y}\vec{j}$$

e γ è l'arco di curva $y = x^3$ con $x \in [1,2]$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 $\boxed{\text{B}}$: $\ln 18$ $\boxed{\text{C}}$: $\ln 18 + \ln 3$ $\boxed{\text{D}}$: $2\ln 18 - \ln 3$

---

8. L'integrale doppio

$$\iint_{C \setminus Q} \left[xy + 3x^2\right] dxdy$$

dove C è il cerchio di centro l'origine e raggio 2, Q è il quadrato di vertici $(1,0)$, $(0,1)$, $(-1,0)$, $(0,-1)$, vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{47}{6} + 3\left[4\pi - \frac{1}{3}\right]$ $\boxed{\text{B}}$: $3\left[4\pi - \frac{1}{3}\right]$ $\boxed{\text{C}}$: $[8\pi - 1]$ $\boxed{\text{D}}$: 0
