

1. L'integrale $\int_{\log \frac{1}{2}}^0 14e^x \sqrt{1 - e^{2x}} dx$ vale

Risp.: A : $7\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ B : $\frac{3\pi}{2}$ C : 0 D : 7

2. Sia $y(x)$ la soluzione di

$$\begin{cases} y' = \frac{\sin x \cos x}{3 + \cos^2 x} y \\ y(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Allora $y(\pi/2)$ vale

Risp.: A : 3 B : $\sqrt{\frac{1}{3}}$ C : 1 D : 0

3. Si consideri la funzione data da

$$f(x, y) = (x - 7)e^{y+8} + \sqrt{x^2 - 9y^2} + \log(1 - x^2)$$

e sia A il suo dominio. L'area di A vale

Risp.: A : $\frac{1}{3}$ B : $\frac{2}{3}$ C : $\frac{4}{3}$ D : 2

4. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione data da $f(x, y) = (x^2 + 7y^2)(y - x^2 + \alpha^2 - 2\alpha)$. Allora $(0, 0)$ è un punto di massimo relativo se e solo se

Risp.: A : $\alpha < 0$ e $\alpha \geq 2$ B : per nessun valore di α C : $0 < \alpha < 2$ D : $\alpha < 2$

5. Siano f la funzione definita da

$$f(x, y) = (x + y)^2 \ln(x + y)$$

e T il trapezio chiuso di vertici $A = (1/\sqrt{e}, 0)$, $B = (2, 0)$, $C = (0, 2)$ e $D = (0, 1/\sqrt{e})$. Detti m e M il minimo e il massimo di f su T , allora

Risp.: A : $m = 0$ e $M = 4 \ln 2$ B : $m = -\frac{1}{2e}$ e $M = 0$ C : $m = -\frac{1}{2e}$ e $M = 4 \ln 2$
 D : $m = -4 \ln 2$ e $M = \frac{1}{2e}$

6. Sia $\gamma :]0, 2\pi[\rightarrow \mathbb{R}^2$ la curva data da $\gamma(t) = 2(\cos t + \sin t)\vec{i} + 2(\sin t - \cos t)\vec{j}$. Il vettore tangente a γ nel punto $(2, 2)$ vale

Risp.: A : $(2, 2)$ B : $(-2, -2)$ C : $(2, -2)$ D : $(-2, 2)$

7. Siano $\beta \in \mathbb{R}^+$, \vec{F} il campo vettoriale definito da

$$\vec{F}(x, y) = \frac{y}{1+xy} \vec{i} + \left(\frac{x}{1+xy} + y - 7 \right) \vec{j}$$

e I_β l'integrale curvilineo di \vec{F} lungo il segmento di estremi $A = (2, 0)$ e $B = (0, \beta)$ percorso da A verso B . Allora I_β è minimo per

Risp.: A : $\beta = 7$ B : $\beta = 0$ C : $\beta = -7$ D : $\beta = 1$

8. L'integrale

$$\iint_T \frac{y}{(x-2)^2 + y^2} dx dy$$

dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq (x-2)^2 + y^2 \leq 4, y \leq 0\}$ vale

Risp.: A : 1 B : -2 C : 0 D : 2
