

1. L'integrale

$$\int_{2\pi}^{\frac{5}{2}\pi} \frac{\sin(2x)}{9 + \sin^4 x} dx$$

vale

Risp.: A : $\ln \frac{10}{9}$ B : $\arctan(10) - \arctan(9)$ C : $\frac{1}{3} \arctan \frac{1}{3}$ D : $\frac{\pi}{4}$

2. Sia $\tilde{u}(t)$ la soluzione del problema

$$\begin{cases} u'(t) = \frac{3t^2 u(t)}{1+t^2} \\ u(0) = 1. \end{cases}$$

Allora $\tilde{u}(\frac{\pi}{4})$ vale

Risp.: A : $\frac{3\pi^2}{16+\pi^2}$ B : $e^{3(\frac{\pi}{4}-\arctan \frac{\pi}{4})}$ C : $(\frac{16+\pi^2}{16})^3$ D : 0

3. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x, y) = \begin{cases} x^2 & \text{se } y > 7x^2 \\ y & \text{se } y \leq 7x^2 \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f è continua in $(0, 0)$ (b) $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0) = 0$ (c) $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0) = 1$ (d) $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$ non esiste (e) $\nabla f(0, 0) = (0, 0)$

quelle corrette sono tutte e sole

Risp.: A : (a), (b), (d) B : (b), (d) C : (a), (b), (c) D : (b), (e)

4. Siano T il triangolo di vertici $(0, 1)$, $(1, 0)$ e $(1, 1)$ ed $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x, y) = x^2 + y.$$

Detti m e M il minimo ed il massimo di f su T , si ha

Risp.: A : $m = 1$ e $M = 2$ B : $m = -1$ e $M = 2$ C : $m = \frac{3}{4}$ e $M = 1$. D : $m = \frac{3}{4}$ e $M = 2$

5. Si consideri la funzione $f(x, y) = xy^2 - x + y$. Allora f ammette

Risp.: A : due punti di minimo locale B : un punto di minimo locale ed uno di sella C : due punti di sella D : un punto di massimo locale ed uno di sella

6. Sia Φ il potenziale di

$$\vec{F}(x, y) = 2xye^{x^2y} \vec{i} + (x^2e^{x^2y} + 2y + 2) \vec{j}$$

tale che $\Phi(0, 0) = 2$. Allora $\Phi(0, 1)$ vale

Risp.: A : 2 B : 5 C : 1 D : 0

7. Sia $E \subseteq \mathbb{R}^N$ tale che ogni successione limitata in E ammette una sottosuccessione convergente ad un elemento di E . Delle seguenti affermazioni

(a) E è chiuso (b) E è compatto (c) E è limitato (d) E è connesso

quelle corrette sono tutte e sole

Risp.: A : (a) B : (a), (b), (c) C : (a), (c) D : (a), (d)

8. L'integrale

$$\iint_T x^2y \, dx dy$$

dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 1 - |x|\}$ vale

Risp.: A : $\frac{1}{6}$ B : $\frac{1}{10}$ C : $\frac{1}{20}$ D : 0
