

1. L'integrale

$$\int_{-1/7}^0 \frac{\sqrt{1+7x}}{1+\sqrt{1+7x}} dx$$

vale

Risp.: A : $1 - \ln 2$ B : $\frac{2 \log 2 - 1}{7}$ C : $\frac{\ln 2}{7}$ D : $-\frac{1}{7}$

2. Sia \tilde{y} la soluzione di

$$\begin{cases} y' + \frac{4}{x}y = 5e^{x^5} \\ y(1) = e. \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(e)$ vale

Risp.: A : $5e^{e^5}$ B : e^{e^5} C : $e^{[e^5-4]}$ D : 1

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{5(x+2y)\sin(x^2-y^2)}{3(x^2+y^2)} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Dato $v = (2, 1)$, allora $\frac{\partial f}{\partial v}(0, 0)$ vale

Risp.: A : 4 B : 0 C : non esiste D : 5

4. La funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = e^{x^2} + e^{\frac{y^3}{3} - 4y}$$

ammette

Risp.: A : un punto di minimo relativo e un punto di massimo relativo B : un punto di massimo relativo e un punto di sella C : due punti di sella D : un punto di minimo relativo e un punto di sella

5. Sia D la regione limitata del piano determinata dalla parabola $y = x^2$ e dalla retta $x + y - 2 = 0$. Data $g(x, y) = \frac{2}{3}x - y$. Detti $M = \max_D g$ e $m = \min_D g$ si ha

Risp.: A : $m = 0$ e $M = \frac{1}{3}$ B : $m = -\frac{16}{3}$ e $M = \frac{1}{9}$ C : $m = -\frac{16}{3}$ e $M = 0$ D : $m = -\frac{16}{3}$ e $M = -\frac{2}{3}$

6. Sia $\gamma : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}^2$ la curva data da

$$\gamma(t) = 6t^2\vec{i} + 4t^3\vec{j}.$$

La lunghezza di γ vale

Risp.: A : $8[5^{3/2} - 1]$ B : 0 C : 8 D : $8 \cdot 5^{3/2}$

7. Dopo aver determinato il valore di $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui il campo vettoriale

$$\vec{F}(x, y, z) = \left(\frac{x}{x^2 + y^2 + 1} + (\alpha - 1)z \right) \vec{i} + \left(\frac{y}{x^2 + y^2 + 1} + \arctan z \right) \vec{j} + \left(3x + \frac{y}{z^2 + 1} \right) \vec{k},$$

è conservativo in tutto \mathbb{R}^3 , detto φ il potenziale tale che $\varphi(0, 0, 0) = 0$, allora $\varphi(1, 0, 0)$ vale

Risp.: A : 1 B : $\log(2)$ C : $\frac{1}{2} \log(2)$ D : 1

8. L'integrale doppio

$$\iint_D \frac{|y|e^{\sqrt{x^2+y^2}}}{x^2 + y^2} dx dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9\}$ vale

Risp.: A : 0 B : e^3 C : $e^3 - e^2$ D : $2(e^3 - e^2)$
