

1. L'integrale  $\int_0^3 \frac{3x^2}{(1+x^2)^2} dx$  vale

Risp.:  A :  $\frac{3}{2}(\arctan 3 - \frac{3}{10})$   B :  $\arctan 3 - \frac{3}{10}$   C :  $\frac{3}{2} \arctan 3$   D :  $\frac{9}{10}$

2. Sia  $\tilde{y}(x)$  la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = e^{x-y} \\ y(0) = 3. \end{cases}$$

Allora  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \tilde{y}(x)$  vale

Risp.:  A : 3  B :  $\log(e^3 + 1)$   C :  $\log(e^3 - 1)$   D :  $-\log(e^3 - 1)$

3. Siano  $f, g$  le funzioni definite da  $f(x, y) = \sqrt{1 - 7(x^2 + y^2)} + \sqrt[4]{3 - 7(x^2 + y^2)}$  e

$g(x, y) = \log(1 - 7(x^2 + y^2)) + xy$ . Siano  $D_f$  e  $D_g$  i domini di  $f$  e  $g$  rispettivamente. Allora

Risp.:  A :  $D_f \cap D_g = \emptyset$   B :  $D_f \cup D_g = \mathbb{R}^2$   C :  $D_g$  è limitato e  $D_f$  è illimitato  D :  $D_f \setminus D_g$  è una circonferenza

4. Sia  $f$  la funzione definita da

$$f(x, y) = x^3 + \frac{1}{2}y^2 + \frac{48}{x} + \frac{8}{y}$$

per  $(x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{x = 0 \vee y = 0\}$ . Allora per essa i punti  $P_1 = (2, -2)$ ,  $P_2 = (2, 2)$  e  $P_3 = (-2, 2)$  sono

Risp.:  A :  $P_1$  di massimo relativo e  $P_2$  non stazionario e  $P_3$  di sella  B :  $P_1$  e  $P_2$  di minimo relativo e  $P_3$  di sella  C :  $P_1$  non stazionario e  $P_2$  e  $P_3$  di minimo relativo  D :  $P_1$  non stazionario,  $P_2$  di minimo relativo e  $P_3$  di sella

5. Si consideri la funzione  $f(x, y) = (x + y)|y + 2x|$  e il triangolo chiuso  $A$  di vertici  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$  e  $(0, 1)$ . Allora posti  $M = \max_{(x,y) \in A} f(x, y)$  e  $m = \min_{(x,y) \in A} f(x, y)$  si ha

Risp.:  A :  $M = 1, m = 0$   B :  $M = 3, m = 0$   C :  $M = 2, m = 0$   D :  $M = 4, m = 1$

6. L'integrale curvilineo  $\int_{\gamma} \frac{5y}{x^2 \sqrt{x^2 + y^2}} ds$ , dove  $\gamma$  è la curva  $\gamma(t) = (\cosh t, \sinh t)$ ,  $t \in [0, \log 2]$ , vale

Risp.:  A : -1  B : 2  C : 1  D : -2

7. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Si consideri il campo vettoriale

$$\vec{F}(x, y) = x^x \left[ \frac{(\log x + 1)(e^{2y} + 1)}{e^y} \vec{i} + 2 \sinh(7\alpha y) \vec{j} \right].$$

Allora  $\vec{F}$  è conservativo se e solo se

Risp.:  A :  $\alpha = 7$     B :  $\alpha = -\frac{1}{7}$     C :  $\forall \alpha$     D :  $\alpha = \frac{1}{7}$

---

8. L'integrale doppio

$$64 \iint_T \frac{x^3 y}{x^2 + y^2} dx dy$$

dove  $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq \sqrt{2}, -y \leq x \leq 0\}$  vale

Risp.:  A :  $-1$     B :  $-2$     C :  $0$     D :  $2$

---