1. L'integrale $\int_0^{1/2} 14 \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $7\left(1-\frac{\sqrt{3}\pi}{6}\right)$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$ $\boxed{\text{C}}$: 0 $\boxed{\text{D}}$: 7

---

2. Sia $\tilde{y}(x)$ la soluzione del problema

$$\begin{cases} y' = \dfrac{e^{-y}x}{x^2-2x+1} \\ y(2) = 2 \end{cases}$$

Allora $y(3)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\ln 2 + \frac{1}{2} + e^2$ $\boxed{\text{B}}$: $\ln\left(\ln 2 + \frac{1}{2} + e^2\right)$ $\boxed{\text{C}}$: $\ln 2$ $\boxed{\text{D}}$: 3

---

3. Siano $\beta > 1$ e $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{|x|^{\beta-1}y}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Sia $v = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$. Allora la derivata di f in $(0,0)$ rispetto a v esiste se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\beta \leq 3$ $\boxed{\text{B}}$: $\beta \geq 3$ $\boxed{\text{C}}$: $\beta < 3$ $\boxed{\text{D}}$: $\beta > 3$

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $f(x,y) = \arctan(1+x^2) + 7\cos^2 y$. Allora f ammette

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: ammette solo infiniti punti di sella $\boxed{\text{B}}$: infiniti punti di minimo locale ed infiniti punti di sella $\boxed{\text{C}}$: infiniti punti di massimo locale ed infiniti punti di sella $\boxed{\text{D}}$: infiniti punti di minimo locale ed infiniti punti di massimo locale

---

5. Si consideri la funzione $g(x,y) = \sqrt{x+y}$ nel suo dominio D. Si consideri inoltre l'insieme

$$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 4x + y^2 \leq 0\}.$$

Detti m e M il minimo e il massimo di g su $A \cap D$, allora

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $m = 0$ e $M = 2$ $\boxed{\text{B}}$: $m = 2$ e $M = \sqrt{2(1+\sqrt{2})}$ $\boxed{\text{C}}$: $m = 0$ e $M = \sqrt{2(1+\sqrt{2})}$ $\boxed{\text{D}}$: $m = -1$ e $M = 2$

---

6. Sia γ la curva data da

$$\gamma(t) = \int_1^t \frac{\cos\tau}{\tau^2}\, d\tau\, \vec{i} - \int_1^t \frac{\sin\tau}{\tau^2}\, d\tau\, \vec{j}$$

con $1 \leq t \leq 7$. Allora la lunghezza di γ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 6 $\boxed{\text{B}}$: 7 $\boxed{\text{C}}$: 0 $\boxed{\text{D}}$: $\frac{6}{7}$

---

7. L'integrale curvilineo $\int_\gamma \vec{F}$, dove $\vec{F}(x,y) = 7x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$ e $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2$ è data da $\gamma(t) = (t - \sin t)\,\vec{i} + (1 - \cos t)\,\vec{j}$, vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $14\pi^2$ $\boxed{\text{B}}$: π^2 $\boxed{\text{C}}$: 0 $\boxed{\text{D}}$: 7π

---

8. L'integrale

$$\iint_T 2\frac{\cos(\ln y)}{xy}\, dxdy$$

dove T è il trapezio di vertici $A = (e^{\frac{\pi}{2}}, 1)$, $B = (e^\pi, 1)$, $C = (e^\pi, e^\pi)$ e $D = (e^{\frac{\pi}{2}}, e^{\frac{\pi}{2}})$, vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 3 $\boxed{\text{B}}$: 2 $\boxed{\text{C}}$: 0 $\boxed{\text{D}}$: -3

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Corso di Laurea: ♢ AMBL; ♢ CIVL; ♢ GESL.

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante scrivendo cognome e nome *in stampatello* e firmando sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE IL FOGLIO CONTENENTE LA GRIGLIA DELLE RISPOSTE con TUTTI I FOGLI DELLO SVOLGIMENTO
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale $\displaystyle\int_0^{1/2} 12\frac{x\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 $\boxed{\text{B}}$: 6 $\boxed{\text{C}}$: $6\left(1-\frac{\sqrt{3}\pi}{6}\right)$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$

---

2. Sia $\tilde{y}(x)$ la soluzione del problema

$$\begin{cases} y' = \dfrac{e^{-y}x}{x^2-2x+1} \\ y(2) = 3 \end{cases}$$

   Allora $y(3)$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\ln 2$ $\boxed{\text{B}}$: $\ln 2 + \frac{1}{2} + e^3$ $\boxed{\text{C}}$: 4 $\boxed{\text{D}}$: $\ln\left(\ln 2 + \frac{1}{2} + e^3\right)$

---

3. Siano $\beta > 2$ e $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{|x|^{\beta-2}y}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

   Sia $v = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$. Allora la derivata di f in $(0,0)$ rispetto a v esiste se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\beta \geq 4$ $\boxed{\text{B}}$: $\beta < 4$ $\boxed{\text{C}}$: $\beta > 4$ $\boxed{\text{D}}$: $\beta \leq 4$

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $f(x,y) = \arctan(2+x^4) + 6\cos^2 y$. Allora f ammette

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: infiniti punti di minimo locale ed infiniti punti di massimo locale $\boxed{\text{B}}$: ammette solo infiniti punti di sella $\boxed{\text{C}}$: infiniti punti di minimo locale ed infiniti punti di sella $\boxed{\text{D}}$: infiniti punti di massimo locale ed infiniti punti di sella

---

5. Si consideri la funzione $g(x,y) = \sqrt{x+y}$ nel suo dominio D. Si consideri inoltre l'insieme

$$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 6x + y^2 \leq 0\}.$$

   Detti m e M il minimo e il massimo di g su $A \cap D$, allora

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $m = -1$ e $M = 3$ $\boxed{\text{B}}$: $m = 0$ e $M = \sqrt{3(1+\sqrt{2})}$ $\boxed{\text{C}}$: $m = 0$ e $M = \sqrt{6}$ $\boxed{\text{D}}$: $m = \sqrt{6}$ e $M = \sqrt{3(1+\sqrt{2})}$

---

6. Sia γ la curva data da

$$\gamma(t) = \int_1^t \frac{\cos\tau}{\tau^2}\,d\tau\,\vec{i} - \int_1^t \frac{\sin\tau}{\tau^2}\,d\tau\,\vec{j}$$

con $1 \leq t \leq 6$. Allora la lunghezza di γ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 5 $\boxed{\text{B}}$: 6 $\boxed{\text{C}}$: 0 $\boxed{\text{D}}$: $\frac{5}{6}$

---

7. L'integrale curvilineo $\int_\gamma \vec{F}$, dove $\vec{F}(x,y) = 6x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$ e $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2$ è data da $\gamma(t) = (t - \sin t)\,\vec{i} + (1 - \cos t)\,\vec{j}$, vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 $\boxed{\text{B}}$: 6π $\boxed{\text{C}}$: $12\pi^2$ $\boxed{\text{D}}$: π^2

---

8. L'integrale

$$\iint_T 3\frac{\cos(\ln y)}{xy}\,dxdy$$

dove T è il trapezio di vertici $A = (e^{\frac{\pi}{2}}, 1)$, $B = (e^\pi, 1)$, $C = (e^\pi, e^\pi)$ e $D = (e^{\frac{\pi}{2}}, e^{\frac{\pi}{2}})$, vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 3 $\boxed{\text{B}}$: 5 $\boxed{\text{C}}$: 0 $\boxed{\text{D}}$: -5

Cognome e nome .... Firma .... Matricola ....

Corso di Laurea: ♢ AMBL; ♢ CIVL; ♢ GESL.

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante scrivendo cognome e nome *in stampatello* e firmando sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE IL FOGLIO CONTENENTE LA GRIGLIA DELLE RISPOSTE con TUTTI I FOGLI DELLO SVOLGIMENTO
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D

1. L'integrale $\displaystyle\int_0^{1/2} 10\frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$ $\boxed{\text{B}}$: $5\left(1-\frac{\sqrt{3}\pi}{6}\right)$ $\boxed{\text{C}}$: 0 $\boxed{\text{D}}$: 5

---

2. Sia $\tilde{y}(x)$ la soluzione del problema

$$\begin{cases} y' = \dfrac{e^{-y}x}{x^2-2x+1} \\ y(2) = 4 \end{cases}$$

   Allora $y(3)$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\ln\left(\ln 2 + \frac{1}{2} + e^4\right)$ $\boxed{\text{B}}$: $\ln 2$ $\boxed{\text{C}}$: 5 $\boxed{\text{D}}$: $\ln 2 + \frac{1}{2} + e^4$

---

3. Siano $\beta > 3$ e $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{|x|^{\beta-3}y}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

   Sia $v = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$. Allora la derivata di f in $(0,0)$ rispetto a v esiste se e solo se

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\beta < 5$ $\boxed{\text{B}}$: $\beta \leq 5$ $\boxed{\text{C}}$: $\beta > 5$ $\boxed{\text{D}}$: $\beta \geq 5$

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $f(x,y) = \arctan(3+x^6) + 5\cos^2 y$. Allora f ammette

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: infiniti punti di minimo locale ed infiniti punti di sella $\boxed{\text{B}}$: infiniti punti di massimo locale ed infiniti punti di sella $\boxed{\text{C}}$: ammette solo infiniti punti di sella $\boxed{\text{D}}$: infiniti punti di minimo locale ed infiniti punti di massimo locale

---

5. Si consideri la funzione $g(x,y) = \sqrt{x+y}$ nel suo dominio D. Si consideri inoltre l'insieme

$$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 8x + y^2 \leq 0\}.$$

   Detti m e M il minimo e il massimo di g su $A \cap D$, allora

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $m = 0$ e $M = \sqrt{4(1+\sqrt{2})}$ $\boxed{\text{B}}$: $m = 0$ e $M = \sqrt{8}$ $\boxed{\text{C}}$: $m = -1$ e $M = 4$ $\boxed{\text{D}}$: $m = \sqrt{8}$ e $M = \sqrt{4(1+\sqrt{2})}$

---

6. Sia γ la curva data da

$$\gamma(t) = \int_1^t \frac{\cos\tau}{\tau^2}\, d\tau\, \vec{i} - \int_1^t \frac{\sin\tau}{\tau^2}\, d\tau\, \vec{j}$$

con $1 \leq t \leq 5$. Allora la lunghezza di γ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 4 $\boxed{\text{B}}$: $\frac{4}{5}$ $\boxed{\text{C}}$: 5 $\boxed{\text{D}}$: 0

---

7. L'integrale curvilineo $\int_\gamma \vec{F}$, dove $\vec{F}(x,y) = 5x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$ e $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2$ è data da $\gamma(t) = (t - \sin t)\,\vec{i} + (1 - \cos t)\,\vec{j}$, vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 $\boxed{\text{B}}$: $10\pi^2$ $\boxed{\text{C}}$: π^2 $\boxed{\text{D}}$: 5π

---

8. L'integrale

$$\iint_T 4\frac{\cos(\ln y)}{xy}\, dxdy$$

dove T è il trapezio di vertici $A = (e^{\frac{\pi}{2}}, 1)$, $B = (e^{\pi}, 1)$, $C = (e^{\pi}, e^{\pi})$ e $D = (e^{\frac{\pi}{2}}, e^{\frac{\pi}{2}})$, vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 $\boxed{\text{B}}$: 7 $\boxed{\text{C}}$: -7 $\boxed{\text{D}}$: 4
