

1. Il luogo degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$(|\operatorname{Re}(z)| + 3|\operatorname{Im}(z)|) \left( z\bar{z} - (\operatorname{Re}(z))^2 - ie^{\frac{3}{2}\pi i} - \frac{z + \bar{z}}{2} \right) = 0$$

è dato da

*Risp.:* **A** : due punti   **B** : una parabola   **C** : una parabola unita ad un punto   **D** : una circonferenza unita ad un punto

2. Sia  $\beta \in \mathbb{R}$ . Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[ \frac{(n+1)! - n!}{3n^{n+1}} + \frac{\cos \frac{1}{n} - \cos \frac{1}{n^2}}{3n^\beta} \right]$$

vale

*Risp.:* **A** :  $-1/6$  se  $\beta = -2$ ,  $0$  se  $\beta \neq -2$    **B** :  $-1/6$  se  $\beta = -2$ ,  $0$  se  $\beta > -2$ ,  $-\infty$  se  $\beta < -2$   
**C** :  $-1/6$  se  $\beta = -2$ ,  $-\infty$  se  $\beta \neq -2$    **D** :  $0$  se  $\beta \geq -2$ ,  $-\infty$  se  $\beta < -2$

3. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos(x^2)}}{3x \sin x + 3x^2 \cosh x + 6 \log(1 - x^2)}$$

vale

*Risp.:* **A** :  $-\frac{1}{8}$    **B** :  $0$    **C** :  $\frac{1}{8}$    **D** :  $-\frac{1}{4}$

4. Sia  $\beta \in \mathbb{R}$ . La serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta^{n+3}}{7^n \arctan n \log(n^3 + 1)}$$

*Risp.:* **A** : converge assolutamente per  $|\beta| \leq 7$    **B** : converge assolutamente per  $|\beta| < 7$  e semplicemente per  $\beta = 7$    **C** : converge semplicemente ma non assolutamente per  $|\beta| \leq 7$   
**D** : converge assolutamente per  $|\beta| < 7$  e semplicemente per  $\beta = -7$

5. Siano  $\alpha \in \mathbb{R}$  e  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  data da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(e^{1-x}-1)^{7\alpha}}{\sin(1-x^2)} & \text{se } x < 1 \\ 0 & \text{se } x = 1 \\ (x-1)^2 \log(x-1) & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

$x = 1$  è punto di salto se e solo se

*Risp.:* **A** :  $\alpha > \frac{1}{7}$    **B** :  $\alpha = \frac{1}{7}$    **C** :  $\alpha < \frac{1}{7}$    **D** :  $\alpha \neq \frac{1}{7}$

6. Sia  $F(x)$  la primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{e^{3x} - 1}{e^{3x} + 1}$$

tale che  $F(0) = \frac{\log 4}{3}$ . Allora  $F(1)$  vale

Risp.:  A :  $\frac{1}{3} \log(e^3 + 1)$     B :  $\frac{e^3 - 1}{e^3 + 1}$     C :  $\frac{1}{3} \log \frac{(e^3 + 1)^2}{e^3}$     D :  $\frac{1}{3} \log \frac{e^3 + 1}{e^3}$

---

7. Sia  $\tilde{y}$  la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + y = \sin(3x) \\ y(0) = -\frac{3}{10} \end{cases}$$

Allora  $\tilde{y}(\pi)$  vale

Risp.:  A :  $\frac{3}{10}$     B :  $-\frac{3}{10}$     C :  $\frac{3e^\pi}{10}$     D : 0

---

8. Sia data la funzione

$$f(x) = (\log x)e^{\frac{2}{\log x}}$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (a)  $\text{dom}(f) = ]0, 1[ \cup ]1, +\infty[$     V    F
  - (b)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$     V    F
  - (c)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0$  e  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$     V    F
  - (d)  $f$  ammette asintoto obliquo per  $x \rightarrow +\infty$     V    F
  - (e)  $f$  è crescente in  $]0, 1[ \cup ]e^2, +\infty[$     V    F
  - (f)  $x = e^2$  è punto di minimo assoluto    V    F
- 

9. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.