

1. Il luogo geometrico dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$[z^2 + 4] \cdot \operatorname{Re} \left[2z(\bar{z} + 2i) - 2i(z - \bar{z}) - |z - 2|^2 - 2(z + \bar{z}) \right] = 0$$

è dato da

Risp.: **A** : l'unione di due circonferenze **B** : l'intersezione di due circonferenze **C** : una circonferenza **D** : una circonferenza privata di due punti

2. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{[1 + \ln(1 + \frac{1}{n}) - \arctan(\frac{1}{n}) - \cosh(\frac{1}{n})]^2}{e^{-n} + \frac{1}{3} (\frac{1}{n})^{3\alpha}}$$

esiste finito se e solo se

Risp.: **A** : $\alpha \geq \frac{4}{3}$ **B** : $\alpha \leq \frac{1}{3}$ **C** : $\alpha \geq \frac{1}{3}$ **D** : $\alpha \leq \frac{4}{3}$

3. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(2x^2))}{\sqrt{1+2x^4} - \sqrt[3]{1+2x^4}}$$

vale

Risp.: **A** : -6 **B** : 0 **C** : $+\infty$ **D** : -2

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. L'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan(x^3)}{x^\alpha \ln(1+x^2)} dx$$

converge se e solo se

Risp.: **A** : $\alpha > 1$ **B** : $1 < \alpha < 2$ **C** : $1 < \alpha < 3$ **D** : $\alpha > 2$

5. Siano $\beta \in \mathbb{R}$ e

$$f(x) = \begin{cases} \beta x + \frac{\cos(3x) - 1}{3x} & \text{se } x < 0 \\ \sqrt{x^2 + 49} - 7 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Allora f è derivabile in $x = 0$ se e solo se

Risp.: **A** : $\beta \geq \frac{3}{2}$ **B** : $\beta = \frac{3}{2}$ **C** : $\beta \leq \frac{3}{2}$ **D** : per nessun valore di β

6. Sia data la funzione $f(x) = \frac{|x-7|}{x+1}$, considerata sul dominio $D = [0, +\infty[$. Allora,

Risp.: A : $\inf_{x \in D} f(x) = 1$, $\max_{x \in D} f(x) = 7$ B : $\min_{x \in D} f(x) = 0$, $\sup_{x \in D} f(x) = 1$

C : $\min_{x \in D} f(x) = 0$, $\max_{x \in D} f(x) = 7$ D : $\inf_{x \in D} f(x) = 1$, $\sup_{x \in D} f(x) = +\infty$

7. Sia F la primitiva di

$$f(x) = x \arctan x$$

tale che $F(1) = \frac{\pi}{4} + \frac{3}{2}$. Allora $F(0)$ vale

Risp.: A : 2 B : 0 C : 3 D : 1

8. Sia $\tilde{y} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la soluzione dell'equazione

$$y'' - 4y = 3e^x$$

tale che $\tilde{y}(0) = -2$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} \tilde{y}(x) = -1$. Allora $\tilde{y}(1)$ vale

Risp.: A : $3e$ B : $-e$ C : $-\frac{1}{2}e + e^{-3}$ D : $-e - e^{-2}$

9. Sia data la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x-2}{x}\right) - \frac{|x|}{2}$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

(a) $\text{dom}(f) =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$ V F

(b) $y = \frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}$ è asintoto obliquo per $x \rightarrow -\infty$ V F

(c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ V F

(d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = 0$ V F

(e) Su $] -\infty, 0[$ la funzione f è crescente V F

(f) $x = 2$ è un punto di massimo relativo V F

10. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 9 nell'apposito spazio sul foglio precedente.