

1. La radice terza del numero complesso

$$w = 2\operatorname{Re} \left(\frac{e^{i(\frac{\pi}{6} + 2\pi)}}{7^3 i} \right)$$

appartenente al secondo quadrante è data da

$$\text{Risp.: } \boxed{\text{A}} : \frac{1}{7^3} \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) \quad \boxed{\text{B}} : \frac{1}{7} \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) \quad \boxed{\text{C}} : \frac{1}{7} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \right) \quad \boxed{\text{D}} : \frac{1}{7} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)$$

2. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n! (\sin n + 2n)}{(n+1)! - n!} \right)^{\frac{2n^n + 2^n}{n^n + 2^n}}$$

vale

$$\text{Risp.: } \boxed{\text{A}} : 2^2 \quad \boxed{\text{B}} : 2 \quad \boxed{\text{C}} : e^2 \quad \boxed{\text{D}} : e^{\frac{1}{2}}$$

3. Sia $\beta \geq 0$. Allora la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[\log(n^\beta + 2\sqrt{n}) - \log(n^\beta + 1) \right]$$

$$\text{Risp.: } \boxed{\text{A}} : \text{converge per } \beta \leq 3/2 \quad \boxed{\text{B}} : \text{converge per ogni } \beta \geq 0 \quad \boxed{\text{C}} : \text{converge per } \beta > 3/2 \\ \boxed{\text{D}} : \text{diverge}$$

4. Sia $\alpha > 0$. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x \sin(3x) - 12 \cosh(\sqrt{3}x) + 12 + 9x^2}{3 \log(1 + 2x^\alpha)}$$

vale

$$\text{Risp.: } \boxed{\text{A}} : -\infty \text{ se } \alpha < 4; -3 \text{ se } \alpha = 4; 0 \text{ se } \alpha > 4 \quad \boxed{\text{B}} : 0 \text{ per } \alpha > 0 \quad \boxed{\text{C}} : +\infty \text{ se } \alpha \leq 4; \text{ non} \\ \text{esiste se } \alpha > 4 \quad \boxed{\text{D}} : 0 \text{ se } \alpha < 4; -3 \text{ se } \alpha = 4; -\infty \text{ se } \alpha > 4$$

5. L'area della regione di piano delimitata dal grafico della funzione non negativa definita da

$$f(x) = \cos x \log(1 + \sin x), \quad x \in \left[0, \arcsin \frac{1}{2} \right]$$

e l'asse delle ascisse, vale

$$\text{Risp.: } \boxed{\text{A}} : \frac{3}{2} \log \frac{3}{2} \quad \boxed{\text{B}} : \frac{3}{2} \log \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \quad \boxed{\text{C}} : \frac{1}{3} \log \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \quad \boxed{\text{D}} : \log \frac{3}{2} - \frac{1}{2}$$

6. Sia $\beta \in \mathbb{R}$. Allora l'integrale improprio

$$\int_2^{+\infty} \frac{(\sqrt{x^4+1}-x^2) \sin \frac{1}{x}}{(e^{\frac{1}{x^3}}-1)^\beta} dx$$

Risp.: A : diverge B : converge per $\beta < \frac{2}{3}$ C : converge per $\beta \geq \frac{2}{3}$ D : converge per ogni β

7. La soluzione $y(x)$ del seguente problema

$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = 10 \sin x \\ y(0) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-2x} y(x) = 4 \end{cases}$$

è

Risp.: A : $y(x) = 4e^{2x} - 7e^x + \sin x + 3 \cos x$ B : $y(x) = 4e^{2x} - 7e^x - \sin x + 3 \cos x$ C : $y(x) = 4e^{2x} - 7e^x + 3 \cos x$ D : $y(x) = 4e^{2x} + 3$

8. Sia data la funzione f definita da:

$$f(x) = \frac{4}{x-2} + 4\sqrt{3} \log |x-2| + x.$$

Delle seguenti affermazioni

(a) $\text{dom } f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ (b) $\text{dom } f = \{x \geq 1\}$ (c) f ammette asintoto verticale $x = 2$ (d) f ammette asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$ (e) f è non negativa

le uniche corrette sono

Risp.: A : (b), (c), (e) B : (a), (d) C : (b), (d), (e) D : (a), (c)

9. Sia f la funzione dell'esercizio 8. Delle seguenti affermazioni

(a) $\text{dom } f' \neq \text{dom } f$ (b) $x = -2 - 2\sqrt{3}$ è punto di massimo relativo, $x = 6 - 2\sqrt{3}$ è punto di minimo relativo (c) $x = 6 - 2\sqrt{3}$ è punto di minimo assoluto (d) f è crescente in $(-\infty, -2 - 2\sqrt{3})$ e in $(6 - 2\sqrt{3}, +\infty)$ (e) f è illimitata

le uniche corrette sono

Risp.: A : (a), (b), (c) B : (b), (c), (d) C : (b), (d), (e) D : (a), (d), (e)

10. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.