

1. Il luogo geometrico A dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\left| e^{z|z|-2z+i} \right| = 1$$

è dato da

Risp.: **A** : unione di una retta e di una circonferenza **B** : una circonferenza **C** : una retta
D : unione di un punto e di una circonferenza

2. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^n + \cos(n!) + \left(1 + \frac{3}{n}\right)^{n^2}}{e^{3n} + n^{5\sqrt{7}} + \sin n^n}$$

vale

Risp.: **A** : 1 **B** : $e^{-\frac{9}{2}}$ **C** : e^{-9} **D** : $e^{5\sqrt{7}}$

3. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2}{x^2} + \ln \left[\left(\frac{x^3}{x^3+1} \right)^3 \right] + \cosh \frac{1}{x} - 1}{\sin \left(\frac{1+x}{x^2} \right) - \frac{1}{x}}$$

vale

Risp.: **A** : -5 **B** : 2 **C** : $+\infty$ **D** : $\frac{5}{2}$

4. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : [1, 2e] \rightarrow \mathbb{R}$, definita da

$$f(x) = \begin{cases} 4 \int_1^x \frac{\ln t}{t} dt & \text{se } 1 \leq x \leq e, \\ 2 + (\alpha - 1)(x - e)^{\ln(x-e)} & \text{se } e < x \leq 2e. \end{cases}$$

f è continua in $x = e$ se e solo se

Risp.: **A** : $\alpha = 1$ **B** : $\alpha = 2$ **C** : $\alpha = 0$ **D** : per nessun valore di α

5. Sia $\alpha \geq 0$. L'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{1 + \alpha^x}{\sinh x + 7x^2} dx$$

converge se e solo se

Risp.: **A** : per ogni α **B** : $0 \leq \alpha \leq 1$ **C** : $0 \leq \alpha < 7$ **D** : $0 \leq \alpha < e$

6. L'integrale

$$\int_1^2 \frac{x-2}{x(x^2+1)} dx$$

vale

Risp.: A : $-2 \ln 2 + \ln \frac{5}{2} - \frac{\pi}{4}$ B : $-2 \ln 2 + \arctan 2 - \frac{\pi}{4}$ C : $-2 \ln 2 + \ln \frac{5}{2} + \arctan 2 - \frac{\pi}{4}$
 D : $-2 \ln 2 + \ln \frac{5}{2} + \arctan 2$

7. Sia \tilde{y} la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y = 4 \sin x \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(\pi/2)$ vale

Risp.: A : 4 B : -2 C : 0 D : 2

8. Sia data la funzione

$$f(x) = \exp\left(|\ln x| - \frac{1}{3x}\right).$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (a) $\text{dom}(f) =]0, +\infty[$. V F
(b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ V F
(c) $y = x - \frac{1}{3}$ è asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$. V F
(d) $x = 1$ è punto di cuspidè V F
(e) $x = \frac{1}{3}$ è punto di massimo relativo V F
(f) $f(]0, 1] \cap \text{dom}(f)) =]0, e^{-\frac{1}{3}}]$ V F
-

9. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.