1. Sia A il luogo dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\begin{cases} |z-i| \leq 3 \\ Re\left(\frac{iz+7\bar{z}+1}{|z|^2+2}\right) \geq 0. \end{cases}$$

Allora l'area di A vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{9}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: 9π $\boxed{\text{C}}$: $\frac{9\pi}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: 9

---

2. Il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{[7(n+2)! - (n-1)!]\log\left(\frac{n+8}{n+7}\right)}{\left(\sqrt{n^2-7n}+2^{-n}\right)n!}$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: -7 $\boxed{\text{B}}$: 7 $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{7}$ $\boxed{\text{D}}$: $-\frac{1}{7}$

---

3. Il limite

$$\lim_{x\to0^+} \frac{4\left(e^{\cos x-1} - e^{x^2}\right)}{\log(1+4x) - 4\sin x + x^4}$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{3}{4}$ $\boxed{\text{B}}$: $+\infty$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{4}{3}$ $\boxed{\text{D}}$: 4

---

4. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x^{\alpha-7}\log x & \text{se } x > 0 \\ \sqrt{-x} & \text{se } x \leq 0. \end{cases}$$

Allora f ammette in $x = 0$ un punto a tangente verticale se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha < 8$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \leq 8$ $\boxed{\text{C}}$: $7 < \alpha < 8$ $\boxed{\text{D}}$: $7 < \alpha \leq 8$

---

5. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \left(n^\alpha \log(e^n+1) - n^{\alpha+1}\right)$$

converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha < 0$ $\boxed{\text{B}}$: per ogni α $\boxed{\text{C}}$: $\alpha > 0$ $\boxed{\text{D}}$: per nessun α

---

6. L'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^x \arctan(e^x+1)}{(e^x+1)^2+1}\,dx$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{1}{2}\left[\frac{\pi^2}{4} - \arctan^2 2\right]$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{\pi^2}{8}$ $\boxed{\text{C}}$: $+\infty$ $\boxed{\text{D}}$: $\log\frac{\pi^2}{4} - \log(\arctan^2 2)$

---

7. La soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (1-x)\tan y \\ y(0) = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

è data da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\arccos e^{x-\frac{x^2}{2}+\log\frac{\sqrt{2}}{2}}$ $\boxed{\text{B}}$: $\arcsin e^{x-\frac{x^2}{2}}$ $\boxed{\text{C}}$: $\arcsin e^{x-\frac{x^2}{2}+\log\frac{\sqrt{2}}{2}}$ $\boxed{\text{D}}$: $\arccos e^{x-\frac{x^2}{2}}$

---

8. Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{x-2+|x|}{e^{\frac{1}{x}}}$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

(a) $dom(f) = \mathbb{R}\setminus\{0\}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $y = 2x+4$ è asintoto obliquo per $x \to +\infty$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $f'(1) = 2e^{-1}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(e) f è crescente su $]-\infty, 0[$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(f) f è convessa su $]\frac{1}{3}, +\infty[$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

---

9. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.