

1. Sia D l'insieme degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\begin{cases} (|z| + \operatorname{Re}z)^2 (\operatorname{Im}z - 3\operatorname{Re}z + 4) \geq 0, \\ \left| z - \frac{4}{3} \right| \leq 3. \end{cases}$$

Allora l'area di D vale

Risp.: A : 9π B : $\frac{9\pi}{2}$ C : 0 D : 3π

2. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right) (n+1)^\alpha \left(\sqrt{n + e^{1/n^7}} - \sqrt{n+1}\right)$$

vale

Risp.: A : 0 se $\alpha \leq 8$, $+\infty$ se $\alpha > 8$ B : 0 se $\alpha < 8$, 1 se $\alpha = 8$, $+\infty$ se $\alpha > 8$ C : 0 se $\alpha < 8$, $1/2$ se $\alpha = 8$, $+\infty$ se $\alpha > 8$ D : 0 se $\alpha < 8$, $+\infty$ se $\alpha \geq 8$

3. Dato $\gamma \in \mathbb{R}$, si consideri la funzione $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$g(x) = \begin{cases} 2 \sin x + \frac{1 - \cos x}{x} & \text{se } x > 0, \\ \gamma + 7 & \text{se } x = 0, \\ 7 \log(1 + e^{1/x}) & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

Allora

Risp.: A : g è continua su \mathbb{R} per $\gamma = -7$ ed ammette un punto angoloso in $x = 0$ B : g è continua e derivabile su \mathbb{R} per $\gamma = -7$ C : g è continua su \mathbb{R} per $\gamma = -7$ ed ammette un punto di cuspidità in $x = 0$ D : g è discontinua in $x = 0$ per ogni valore di γ .

4. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos(x^2\sqrt{2})) - x \sin x + x^2}{x^3 \sin\left(\frac{x}{6}\right)}$$

vale

Risp.: A : 0 B : $3/2$ C : $+\infty$ D : -5

5. La serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^{|\beta-7|} \sin\left(\sqrt{n^4+1} - n^2\right)$$

è convergente se e solo se

Risp.: A : $\beta < 6$ e $\beta > 8$ B : $5 < \beta < 9$ C : $6 < \beta < 8$ D : $6 \leq \beta \leq 8$

6. Sia $F :]1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la primitiva di

$$f(x) = \frac{x+1}{x^3-x^2}$$

tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 0$. Allora $F(3)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $-2 \log \frac{3}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{3} - 2 \log 3$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{3} - 2 \log 2$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{3} - 2 \log \frac{3}{2}$

7. Sia \tilde{y} la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} (x^2 + 1)y' + 2xy = \sin^2(7x), \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(\frac{\pi}{7})$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{7\pi}{2[\pi^2+49]}$ $\boxed{\text{B}}$: 0 $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{2[\pi^2+49]}$ $\boxed{\text{D}}$: $2[\pi^2 + 49]$

8. Sia data la seguente funzione f definita da:

$$f(x) = \sqrt{|e^{x-2} - 3|} - 2x.$$

Delle seguenti affermazioni

- (a) Il dominio di f è \mathbb{R} (b) il dominio di f è $\mathbb{R} \setminus \{2 + \log 3\}$ (c) f non ammette asintoti orizzontali
(d) $y = -2x + \sqrt{3}$ è asintoto obliquo di f a $-\infty$ (e) f è pari

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c), (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (c)

9. Sia f la funzione dell'esercizio 8. Delle seguenti affermazioni

- (a) $f'(2 + \log 5) = \frac{5}{2\sqrt{2}} - 2$ (b) $x = 2 + \log 5$ è un punto di massimo relativo (c) $x = 2 + \log 12$ è un punto di minimo relativo (d) f è illimitata inferiormente (e) f è limitata inferiormente

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (b), (c), (e) $\boxed{\text{C}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (e)

10. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.