
Cognome e nome .... Firma ....

Matricola .... Corso di Laurea ....

Prima prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

PUNTEGGI: **Esercizi 1-5**: risposta esatta = +5; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0. **Esercizio 6**: risposta esatta = +1; risposta sbagliata = −0.25; risposta non data = 0.

---

1. L'insieme degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$(z-\bar{z})(z^3-i)(|z|^2+3)=0$$

è dato da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: una retta unita a tre punti $\boxed{\text{B}}$: tre punti $\boxed{\text{C}}$: una circonferenza unita a tre punti $\boxed{\text{D}}$: una circonferenza unita a una retta

---

2. Sia $E=\{2e^{-x^2+20x} \,:\, x \in \mathbb{R}\}$. Allora

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\inf E = 0$ e $\sup E = 2e^{75}$ $\boxed{\text{B}}$: $\inf E = 0$ e $\max E = 2e^{100}$ $\boxed{\text{C}}$: $\inf E = 0$ e $\max E = 2$ $\boxed{\text{D}}$: $\min E = 2$ e $\max E = 2e^{100}$.

---

3. Il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{[(n+2)!-n^2][(n+7)^{n+1}+n^3]}{n^{n+3}(n!+2)}$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 1 $\boxed{\text{B}}$: e^{-2} $\boxed{\text{C}}$: $+\infty$ $\boxed{\text{D}}$: e^7

---

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. L'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{x-\sin x}{(x-\arctan x)^\alpha (x^2+2)}\, dx$$

converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha > 2$ $\boxed{\text{B}}$: $0 < \alpha < \frac{4}{3}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha < \frac{4}{3}$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{2}{3} < \alpha < \frac{4}{3}$

---

5. La soluzione generale dell'equazione

$$y'' + y' + y = 2x + 3$$

è data da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $y = 2x+3+e^{-\frac{1}{2}x}\left[c_1\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) + c_2\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)\right]$ $\boxed{\text{B}}$: $y = 2x+3+e^{\frac{\sqrt{3}}{2}x}\left[c_1\cos\left(\frac{1}{2}x\right) + c_2\sin\left(\frac{1}{2}x\right)\right]$
$\boxed{\text{C}}$: $y = 2x+1+e^{-\frac{1}{2}x}\left[c_1\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) + c_2\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)\right]$ $\boxed{\text{D}}$: $y = 2x-1+e^{\frac{\sqrt{3}}{2}x}\left[c_1\cos\left(\frac{1}{2}x\right) + c_2\sin\left(\frac{1}{2}x\right)\right]$

---

6. Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{|x| - 1}{3(x^2 + 1)}$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

(a) $dom(f) = \mathbb{R}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $\lim_{x\to-\infty} xf(x) = \frac{1}{3}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $x_0 = 0$ è un punto di cuspide $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $y = -\frac{1}{6}(x+1)$ è la retta tangente nel punto di ascissa $x_0 = -1$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(e) $\max_{]-\infty,0]} f = \frac{\sqrt{2}}{3(4+2\sqrt{2})}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
