

Cognome e nome ..... Firma .....

Matricola ..... Corso di Laurea .....

## Prima prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

**PUNTEGGI: Esercizi 1-5:** risposta esatta = +5; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0.

**Esercizio 6:** risposta esatta = +1; risposta sbagliata = -0.25; risposta non data = 0.

1. L'insieme degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$\begin{cases} e^{i\pi} z \bar{z} + 3 \geq 0 \\ \operatorname{Re}(z) + \frac{z - \bar{z}}{ie^{3\pi i}} \leq 0 \end{cases}$$

è dato da

Risp.:  A : un semicerchio  B : un rettangolo  C : un triangolo  D : una circonferenza unita  
a un segmento

2. Siano  $a, b \in \mathbb{R}$  e sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione data da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{e^{3x-1}} + a & \text{se } x > 0 \\ bx & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

Allora in  $x_0 = 0$

Risp.:  A :  $f$  è derivabile se e solo se  $a = 0$  e  $b = \frac{1}{3}$  con  $f'(0) = 0$   B :  $f$  è derivabile se e solo se  $a = 0$  e  $b = \frac{1}{3}$  con  $f'(0) = \frac{1}{3}$   C :  $f$  è derivabile se e solo se  $a = b = 0$  con  $f'(0) = 0$   D :  $f$  è derivabile se e solo se  $a = b = 0$  con  $f'(0) = \frac{1}{3}$

3. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\sin x - \frac{1}{2} \sin(2x))(e^x - \cos x)}{[x^5 - \ln(1 + x^4)][3x]^x}$$

vale

Risp.:  A :  $-\frac{3}{2}$   B :  $e^3$   C :  $+\infty$   D :  $-\frac{1}{2}$

4. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$ . La serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+7)^\alpha \left[ \frac{1}{n} - 2 \sin \frac{1}{2n} \right]}{\sqrt[3]{n} + \sqrt{n}}$$

converge se e solo se

Risp.:  A :  $\alpha > 7$     B :  $\alpha < \frac{5}{2}$     C :  $\alpha < \frac{7}{3}$     D :  $\alpha > 2$

---

5. La soluzione generale dell'equazione

$$y'' + y' + y = 2x + 4$$

è data da

Risp.:  A :  $y = 2x + 4 + e^{-\frac{1}{2}x} \left[ c_1 \cos \left( \frac{\sqrt{3}}{2}x \right) + c_2 \sin \left( \frac{\sqrt{3}}{2}x \right) \right]$     B :  $y = 2x + 4 + e^{\frac{\sqrt{3}}{2}x} \left[ c_1 \cos \left( \frac{1}{2}x \right) + c_2 \sin \left( \frac{1}{2}x \right) \right]$   
 C :  $y = 2x + 2 + e^{-\frac{1}{2}x} \left[ c_1 \cos \left( \frac{\sqrt{3}}{2}x \right) + c_2 \sin \left( \frac{\sqrt{3}}{2}x \right) \right]$     D :  $y = 2x - 2 + e^{\frac{\sqrt{3}}{2}x} \left[ c_1 \cos \left( \frac{1}{2}x \right) + c_2 \sin \left( \frac{1}{2}x \right) \right]$

---

6. Sia data la funzione

$$f(x) = -x + 7 + \ln(x^2 - 1).$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (a)  $\text{dom}(f) = ] - \infty, -1[ \cup ] 1, +\infty[$     V    F
  - (b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$     V    F
  - (c)  $y = -x + 7$  è asintoto obliquo a  $-\infty$     V    F
  - (d)  $f$  è decrescente su  $] - \infty, -1[ \cup ] 1 + \sqrt{2}, +\infty[$     V    F
  - (e)  $f$  è suriettiva    V    F
-