

1. Il numero complesso $z \in \mathbb{C}$ con $|z| = 7$ tale che

$$\frac{z(1+i)}{|z|^2 + |z| + 1} \in \mathbb{R}^+$$

è dato da

$$\text{Ris.}: \boxed{\text{A}} : z = 7e^{i\frac{\pi}{4}} \quad \boxed{\text{B}} : z = 7e^{-i\frac{\pi}{3}} \quad \boxed{\text{C}} : z = 7e^{-i\frac{\pi}{4}} \quad \boxed{\text{D}} : z = 7e^{i\frac{\pi}{3}}$$

2. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{[\sin(e^{-n} + \frac{2}{ni})] [\frac{1}{7^n} + 2^n] + 3}{n [\ln(n+2) - \ln n]}$$

vale

$$\text{Ris.}: \boxed{\text{A}} : +\infty \quad \boxed{\text{B}} : \frac{3}{2} \quad \boxed{\text{C}} : 3 \quad \boxed{\text{D}} : 0$$

3. Sia $\alpha > 0$. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(7x^2) - \cos x + 7\alpha}{(\sin x)^{7\alpha+1}}$$

esiste finito se e solo se

$$\text{Ris.}: \boxed{\text{A}} : \alpha = \frac{1}{7} \quad \boxed{\text{B}} : \alpha = 7 \quad \boxed{\text{C}} : \alpha = 0 \quad \boxed{\text{D}} : \alpha = 3$$

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (n!)^{3\alpha} \sinh\left(\frac{e^n}{(2n+1)!}\right)$$

converge se e solo se

$$\text{Ris.}: \boxed{\text{A}} : \alpha < \frac{2}{3} \quad \boxed{\text{B}} : \alpha \geq \frac{2}{3} \quad \boxed{\text{C}} : \alpha > \frac{2}{3} \quad \boxed{\text{D}} : \alpha \leq \frac{2}{3}$$

5. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \frac{3}{32}x^4 + x^3 + 12\alpha x^2 + x + 1$$

è convessa sul suo dominio se e solo se

$$\text{Ris.}: \boxed{\text{A}} : \text{per nessun valore di } \alpha \quad \boxed{\text{B}} : \alpha \geq \frac{1}{3} \quad \boxed{\text{C}} : \alpha < \frac{1}{3} \quad \boxed{\text{D}} : \text{per ogni valore di } \alpha$$

6. L'integrale

$$\int_0^1 \frac{6x+9}{x^2+2x+2} dx$$

vale

$$\text{Ris.}: \boxed{\text{A}} : 3 \ln \frac{5}{2} + 3 \arctan 2 - \frac{3}{4}\pi \quad \boxed{\text{B}} : 3 \ln \frac{5}{2} - \frac{3}{4}\pi \quad \boxed{\text{C}} : 3 \ln \frac{5}{2} + 3 \arctan 2 \quad \boxed{\text{D}} : 3 \arctan 2 - \frac{3}{4}\pi$$

7. Sia \tilde{y} la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + 5 \frac{2 \cos^2 x - 1}{\sin(2x)} y = 0 \\ y(\pi/12) = 3\sqrt{2} \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(\pi/4)$ vale

Risp.: A : $9\sqrt{2}$ B : 3 C : $\frac{3}{4}$ D : $-9\sqrt{2}$

8. Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{3}{2} \sqrt[3]{\arctan^2(x-1)} - \sqrt[3]{\frac{4}{\pi}} |\arctan(x-1)|.$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

(a) $\text{dom}(f) = \mathbb{R}$ e f è pari V F

(b) $y = \frac{3}{2} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{2/3} - \sqrt[3]{\frac{4}{\pi}} \frac{\pi}{2}$ è asintoto orizzontale per $x \rightarrow +\infty$. V F

(c) f ammette asintoto obliquo per $x \rightarrow -\infty$. V F

(d) $x = 1$ è punto di cuspidè. V F

(e) $x = 2$ è punto di massimo. V F

(f) f non ammette punti di minimo relativo. V F

9. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.