1. Le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$\frac{1}{4}z^5 + z^3 + 2iz^2 + 2^3 i = 0$$

sono date da (non tenendo conto della molteplicità)

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\left\{2i, -2i, 2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right), 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)\right\}$ $\boxed{\text{B}}$: $\left\{2i, -2i, 2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right), 2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)\right\}$ $\boxed{\text{C}}$: $\left\{2i, -2i, 2\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i\right), 2\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i\right)\right\}$ $\boxed{\text{D}}$: $\left\{2, 2i, -2i, 2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right), 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)\right\}$

---

2. Sia $\alpha > 0$. Il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\left(1 + \sin\frac{\pi n^2}{n^2+7}\right)[n(n+1)! + 1]^2}{(n!+1)^3\left(1 - e^{\frac{3}{(n+1)!}}\right)\sqrt{n^{(2+2\sqrt{2})\alpha} + 7\sin(n^n)}}$$

esiste finito se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha < \frac{5}{1+\sqrt{2}}$ $\boxed{\text{B}}$: $\forall\alpha$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha < \frac{1}{1+\sqrt{2}}$. $\boxed{\text{D}}$: $\alpha \geq \frac{5}{1+\sqrt{2}}$

---

3. Il limite

$$\lim_{x\to0^+} \frac{1 + x^2 - e^{x\sin x} + \ln\left(1 + \frac{4}{3}x^4\right)}{\left[e^x - \frac{1}{2}(1 + e^{2x})\right]\tan(4x^2)}$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $-\frac{3}{4}$ $\boxed{\text{B}}$: $-\infty$ $\boxed{\text{C}}$: $-\frac{1}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{6}$

---

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie

$$\sum_{n=7}^{\infty} \frac{n^2 + n! + \cos(n^n)}{(n+1)^n + \sin\frac{\alpha}{n+1} + e^{2n}}$$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: converge se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{B}}$: converge se $\alpha < 1$ $\boxed{\text{C}}$: converge per ogni α $\boxed{\text{D}}$: diverge positivamente per ogni α

---

5. Sia $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Allora la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{\frac{\sin x}{x}} - e}{\alpha\arctan(x^2)} & \text{se } x \neq 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

è continua sul suo dominio se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: per nessun valore di α $\boxed{\text{B}}$: $\alpha = -\frac{e}{6}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha = -\frac{1}{6}$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha = -e$

---

6. Sia $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la primitiva di

$$f(x) = \frac{e^x}{(2+e^x)(1+2e^{-x})}$$

tale che $\lim_{x\to-\infty} F(x) = \ln 2$. Allora $F(0)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{1}{9}$ $\boxed{\text{B}}$: $\ln 3$ $\boxed{\text{C}}$: $-\frac{\ln 3}{3}$ $\boxed{\text{D}}$: $\ln 3 - \frac{1}{3}$

---

7. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} xy' + 3y = \frac{2}{x^2} \\ y(1) = 3 \end{cases}$$

Allora $\lim_{x\to+\infty} x^2\tilde{y}(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 1 $\boxed{\text{B}}$: 3 $\boxed{\text{C}}$: 2 $\boxed{\text{D}}$: 0

---

8. Sia data la funzione

$$f(x) = \sqrt{|x|}e^{\frac{2-x}{2}}$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

(a) $dom(f) = \mathbb{R}$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $y = 2$ è asintoto orizzontale per $x \to +\infty$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) f ammette asintoto obliquo per $x \to -\infty$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $x = 0$ è punto di cuspide. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(e) $x = 1$ è punto di massimo relativo. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(f) $f([0, +\infty[) = \left[0, e^{\frac{1}{2}}\right]$. $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

---

9. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.