

1. Sia  $A$  l'insieme delle radici quarte del numero complesso

$$\frac{\sqrt{3}i - 1}{|1 + i|^2} \left[ \operatorname{Re}(e^{4\pi i}) + \operatorname{Im}\left(\frac{3i - 2}{i}\right) \right].$$

Allora

$$\text{Ris.}: \boxed{\text{A}} : \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \in A \quad \boxed{\text{B}} : \sqrt[4]{3} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right) \in A \quad \boxed{\text{C}} : \sqrt[4]{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right) \in A \quad \boxed{\text{D}} : \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \in A$$

2. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Allora

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n - \sqrt{1 + n^2})n^\alpha}{\cos \frac{2}{n^2} - 1} \log \left(1 + \frac{2}{n^2}\right) + \frac{(-1)^n}{2n^2}$$

vale

$$\text{Ris.}: \boxed{\text{A}} : +\infty \text{ se } \alpha < -1; \frac{1}{2} \text{ se } \alpha = -1; 0 \text{ se } \alpha > -1 \quad \boxed{\text{B}} : +\infty \text{ se } \alpha > -1; 0 \text{ se } \alpha \leq -1 \\ \boxed{\text{C}} : -\infty \text{ se } \alpha > -1; \frac{1}{2} \text{ se } \alpha = -1; 0 \text{ se } \alpha < -1 \quad \boxed{\text{D}} : +\infty \text{ se } \alpha > -1; \frac{1}{2} \text{ se } \alpha = -1; 0 \text{ se } \alpha < -1$$

3. L'estremo superiore dell'insieme

$$\mathcal{A} = \left\{ \beta \in \mathbb{R} : \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left(1 - e\left(-\frac{\arctan n}{n^n}\right)\right) \cdot e^{[n + \beta - 3] \log n} \right] \text{ è convergente} \right\}$$

vale

$$\text{Ris.}: \boxed{\text{A}} : 2 \quad \boxed{\text{B}} : +\infty \quad \boxed{\text{C}} : 1 \quad \boxed{\text{D}} : 3$$

4. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione data da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\arctan(x-1) - \sin(x-1)}{(x-1)^3} & \text{se } x < 1 \\ 3 & \text{se } x = 1 \\ \frac{(x-1)^6}{12[\log(1+(x-1)^3) - \sinh(x-1)^3]} & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

Allora

$$\text{Ris.}: \boxed{\text{A}} : \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) > \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \quad \boxed{\text{B}} : f \text{ ammette limite per } x \rightarrow 1 \text{ ma non è continua in } x = 1 \\ \boxed{\text{C}} : f \text{ è continua in } x = 1 \quad \boxed{\text{D}} : \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) < \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

5. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + \frac{x^5}{6}\right)^{\frac{11}{10(x + \arctan x - 2 \sin x)}}$$

vale

$$\text{Ris.}: \boxed{\text{A}} : 0 \quad \boxed{\text{B}} : 1 \quad \boxed{\text{C}} : e \quad \boxed{\text{D}} : e^2$$

6. L'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{3}{x^2} \arctan \frac{1}{x} dx$$

vale

*Risp.:*  A :  $3\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \log 2\right)$   B :  $+\infty$   C :  $\frac{3\pi}{4}$   D :  $3\left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \log 2\right)$

---

7. Sia  $\tilde{y}(x)$  la soluzione dell'equazione differenziale

$$y'' + 2y' + y = 3e^{-x},$$

tale che  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x \tilde{y}(x) - \frac{3}{2}x^2) = \pi$ . Allora  $\tilde{y}(1)$  vale

*Risp.:*  A :  $\pi$   B :  $\frac{3}{2}e^{-1}$   C :  $(\frac{3}{2} + 2\pi)e^{-1}$   D :  $(\frac{3}{2} + \pi)e^{-1}$

---

8. Sia data la funzione  $f$  definita da:

$$f(x) = \sqrt{2 - \sin x} + \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{|\sin x|}.$$

Delle seguenti affermazioni

- (a)  $f$  è periodica di periodo  $2\pi$  (b)  $f$  è periodica di periodo  $\pi$  (c)  $f$  ammette asintoti verticali  
(d)  $f$  non ammette limite per  $x \rightarrow +\infty$  (e)  $f$  è pari

le uniche corrette sono

*Risp.:*  A : (b), (d), (e)  B : (a), (d)  C : (a), (c), (e)  D : (b), (d)

---

9. Sia  $f$  la funzione dell'esercizio 8. Delle seguenti affermazioni

- (a)  $x = 0$  è punto di cuspidità (b)  $x = 0$  è punto angoloso (c)  $\max_{\mathbb{R}} f = \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}$  (d)  $x = \pi$  è punto di minimo relativo (e)  $f'(x) \geq 0$  per  $x \in [\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$

le uniche corrette sono

*Risp.:*  A : (a), (c), (e)  B : (b), (c), (d)  C : (a), (c), (d)  D : (b), (d), (e)

---

10. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.