Cognome e nome .... Firma ....

Matricola .... Corso di Laurea ....

Prima prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

PUNTEGGI: **Esercizi 1-5**: risposta esatta = +5; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0. **Esercizio 6**: risposta esatta = +1; risposta sbagliata = −0.25; risposta non data = 0.

---

1. Siano z_1 e z_2 le soluzioni dell'equazione
$$(z+2i)^2 = e^{\frac{5}{2}\pi i}$$
Allora $\overline{z_1 + z_2}$ è dato da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $-4i$ $\boxed{\text{B}}$: $4i$ $\boxed{\text{C}}$: 4 $\boxed{\text{D}}$: -4

---

2. Il limite
$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(2+\sin x) - \ln(2+x)}{\sqrt{1+\frac{1}{3}x^3} - e^{x^4}}$$
vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $-\frac{1}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $-\frac{1}{4}$ $\boxed{\text{C}}$: 0 $\boxed{\text{D}}$: $\frac{1}{4}$

---

3. Il limite
$$\lim_{n\to\to+\infty} \frac{(n+2)! - n! + 3^{2-n}}{\arctan n + \ln 7^{n!+1}} \left(\frac{1}{n} - \tan\frac{1}{n}\right)$$
vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{1}{6\ln 7}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{\ln 7}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{6}$ $\boxed{\text{D}}$: 0

---

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie numerica
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+2)! + 1}{(n!)^\alpha + 7}$$
converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \geq 1$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha > 7$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha > 1$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha < 7$

---

5. Sia $f :]0, +\infty[\to \mathbb{R}$ la funzione data da

$$f(x) = \frac{1}{x(x+1)^2}$$

La primitiva $F(x)$ tale che $F(1) = -\ln 2 + 1$ è data da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\ln \frac{x}{x+1} - \ln 2 + 1$ $\boxed{\text{B}}$: $\ln \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{2} - \ln 2$ $\boxed{\text{D}}$: $\ln \frac{x}{x+1} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{2}$

---

6. Sia data la funzione

$$f(x) = -\frac{1}{5}x + 3 + \arctan x$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

(a) $y = -\frac{1}{5}x + 3 - \frac{\pi}{2}$ è asintoto obliquo per $x \to +\infty$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) La retta tangente nel punto di ascissa $x_0 = 0$ è data da $y = \frac{4}{5}x + 3$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) f è crescente nell'intervallo $[-2, 2]$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $x_0 = 0$ è un punto di flesso $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(e) L'equazione $f(x) = 3$ ammette due soluzioni $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
