

1. Il luogo degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\operatorname{Re} \left(\frac{|z| - 2i}{i|z| + 1} \right) + \frac{1}{2} = 0$$

è dato da

Risp.: **A** : un punto **B** : due punti **C** : una circonferenza privata di un punto **D** : una circonferenza

2. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left[e^{2n+2} - \frac{1}{2} e^{2n} \right] [(n+1)! - n!]}{(n! - 7^n) \left[\sin \frac{1}{n} - \frac{1}{4} \sin \frac{4}{n} \right] \sqrt{n^8 e^{4n} + \sin \frac{n}{7}}}$$

vale

Risp.: **A** : $\frac{5}{2}$ **B** : $\frac{2}{5} (e^2 - \frac{1}{2})$ **C** : $\frac{1}{5}$ **D** : $e^2 - \frac{1}{2}$

3. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin \frac{1}{x} - \arctan \frac{1}{x}}{\left[e^{\frac{1}{4x}} - 1 + \sinh^7 \frac{1}{x} \right] \left[x \ln \left(1 + \frac{1}{x^3} \right) + \cos \frac{1}{x} - 1 \right]}$$

vale

Risp.: **A** : $\frac{4}{3}$ **B** : -4 **C** : $\frac{2}{3}$ **D** : ∞

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{7\alpha - \cos \frac{1}{n}}{\left(e^{\frac{1}{n^2}} - 1 \right) (n+1)^3}$$

Risp.: **A** : converge per $\alpha \neq \frac{1}{7}$ e diverge per $\alpha = \frac{1}{7}$ **B** : converge per $\alpha \geq \frac{1}{7}$ e diverge per $\alpha < \frac{1}{7}$ **C** : converge per $\alpha = \frac{1}{7}$ e diverge per $\alpha \neq \frac{1}{7}$ **D** : converge per $\alpha < \frac{1}{7}$ e diverge per $\alpha \geq \frac{1}{7}$

5. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x-2} - 1}{(x-2)^{\alpha-1}} & \text{se } x > 2 \\ 1 & \text{se } x = 2 \\ (2-x) \sin \frac{1}{2-x} & \text{se } x < 2 \end{cases}$$

Allora f ammette in $x = 2$ un punto di salto

Risp.: **A** : per ogni α **B** : per $\alpha > 2$ **C** : per $\alpha < 2$ **D** : per $\alpha = 2$

6. L'integrale

$$\int_0^{\sqrt[3]{2}} \sqrt{x} \arctan x^{3/2} dx$$

vale

Risp.: A : $\arctan \sqrt{2}$ B : $\arctan \sqrt{2} + \ln 3$ C : $\frac{2}{3}\sqrt{2} \arctan \sqrt{2} - \frac{1}{3} \ln 3$ D : $\ln 2$

7. Sia \tilde{y} la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - y' - 2y = xe^x \\ y(0) = -\frac{1}{4} \\ y'(0) = -\frac{3}{4} + 4e \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(-\frac{1}{2})$ vale

Risp.: A : $\frac{4}{3}(1 - e^{3/2})$ B : $\frac{4}{3}$ C : $\frac{4e}{3}$ D : $4(e + e^{3/2})$

8. Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \arctan(\ln|x| - 2x) & \text{se } x \neq 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (a) $\text{dom}(f) \neq \mathbb{R}$ V F
 - (b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$ V F
 - (c) f è continua in $x = 0$ V F
 - (d) $x = 0$ è un punto angoloso V F
 - (e) f è decrescente su $[0, \frac{1}{2}]$ V F
 - (f) $f([0, +\infty[) = [-\frac{\pi}{2}, -\arctan(1 + \ln 2)]$ V F
-

9. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.