

1. L'insieme degli $z \in \mathbf{C}$ tali che $(z^2 + |z|^2) \operatorname{Im}((1 - 2i)z) = 0$ è rappresentato

Risp.: A : da un punto B : da una circonferenza C : da un punto e una retta D : dall'unione di due rette

2. Il limite della successione

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2 \left(\sqrt{n^4 + \cos\left(\frac{1}{n!}\right)} - \sqrt{n^4 + 1} \right) (n! + \sin n)^2}{\log\left(1 + \frac{1}{3n^2}\right)}$$

vale

Risp.: A : $\frac{3}{2}$ B : 0 C : $+\infty$ D : $-\frac{3}{2}$

3. Sia $\alpha \geq 0$. La serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n - \sin n}{(\alpha^n + n^2 + 3)(n^3 + 1)}$$

converge se e solo se

Risp.: A : $\alpha \geq 3$ B : $0 \leq \alpha \leq 3$ C : $0 \leq \alpha \leq 1$ D : $\alpha > 3$

4. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi - 2 \arctan x}{e^{-x} + \frac{x}{x^2+1} - \sin\left(\frac{1}{x}\right)}$$

vale

Risp.: A : 0 B : 1 C : $-\infty$ D : $+\infty$

5. L'integrale

$$\int_{e^{-\frac{1}{2}}}^1 \frac{dx}{x \sqrt{1 - \log^2 x}}$$

vale

Risp.: A : $1 - \arcsin \frac{1}{2}$ B : $\arcsin \frac{1}{2}$ C : $-\arcsin(\log \frac{1}{2})$ D : $\log(\frac{1}{2})$

6. Sia \tilde{y} la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{3x^2}{x^2+1} y^2, \\ y(0) = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(1)$ vale

Risp.: A : $\frac{4}{3}$ B : $\frac{4}{3\pi}$ C : 0 D : $\frac{1}{3\pi}$

7. Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Delle seguenti affermazioni

(a) f continua in $[a, b]$ implica f derivabile in $[a, b]$ (b) f continua in $[a, b]$ implica f integrabile su $[a, b]$ (c) f derivabile in $[a, b]$ implica f integrabile su $[a, b]$ (d) f monotona crescente implica $f' \geq 0$ in $[a, b]$ (e) f continua in $[a, b]$ implica f limitata

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : (a), (c), (d) **B** : (b), (d), (e) **C** : (b), (c), (e) **D** : (a), (b), (e)

8. Sia f la funzione definita da:

$$f(x) = \arctan \frac{x+2}{\log(x+2)}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) Il dominio di f è $] -2, +\infty[$ (b) f ha asintoto orizzontale per $x \rightarrow +\infty$ (c) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\frac{\pi}{2}$ (d) f è positiva su $] -1, +\infty[$ (e) f è dispari

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : (b), (c), (e) **B** : (b), (d) **C** : (a), (b), (d) **D** : (a), (c), (e)

9. Sia f la funzione dell'esercizio 8. Delle seguenti affermazioni

(a) f ammette punti angolosi (b) f è decrescente su $] -2, -1[$ (c) f ammette un punto di minimo locale (d) $\inf f = -\frac{\pi}{2}$ (e) $\max f = \frac{\pi}{2}$

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : (a), (b), (d) **B** : (b), (d), (e) **C** : (c), (d), (e) **D** : (b), (c), (d)

10. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.