

1. Sia dato il numero complesso

$$z = \frac{e^{4i\pi}(1+i)^{30}}{(1-i)^{20}}.$$

L'insieme delle sue radici cubiche è dato da

Risp.: **A** : $\{2^{7/3}e^{\frac{\pi}{6}i}, 2^{7/3}e^{\frac{5}{6}\pi i}, -2^{7/3}i\}$ **B** : $\{2^{5/3}e^{\frac{\pi}{4}i}, 2^{5/3}e^{\frac{5}{4}\pi i}, 2^{5/3}i\}$ **C** : $\{2^{5/3}e^{\frac{\pi}{6}i}, 2^{5/3}e^{\frac{5}{6}\pi i}, -2^{5/3}i\}$
D : $\{e^{\frac{\pi}{6}i}, e^{\frac{5}{6}\pi i}, -i\}$

2. Sia
- $\alpha \in \mathbb{R}$
- . Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{[\sqrt{n^2+3}-n] \cos n + 3n^\alpha}{\sqrt{n^5+3} + \ln n}$$

vale

Risp.: **A** : 0 per ogni α **B** : 3 se $\alpha = 5/2$, $+\infty$ se $\alpha > 5/2$, 0 se $\alpha < 5/2$ **C** : 3 se $\alpha = 5/2$, $+\infty$ se $\alpha < 5/2$, 0 se $\alpha > 5/2$ **D** : 3 se $\alpha = 5/2$, $+\infty$ se $\alpha \neq 5/2$

3. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [x^2 \ln(3+x) - x^2 \ln(x) - 3x]$$

vale

Risp.: **A** : $-\frac{9}{2}$ **B** : -9 **C** : 0 **D** : $-\infty$

4. Sia
- $\alpha \in \mathbb{R}$
- . L'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{[e^{2x}-1]^\alpha}{\sinh(2x)} dx$$

converge se e solo se

Risp.: **A** : $\alpha > 0$ **B** : $\alpha \leq 1$ **C** : $0 \leq \alpha < 1$ **D** : $0 < \alpha < 1$

5. Sia
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
- data da
- $f(x) = e^{3x}$
- . Allora il polinomio di Taylor di ordine 2 con centro in
- $x = 1$
- è dato da

Risp.: **A** : $e^3 + \frac{3}{2}e^3(x-1) + \frac{9}{4}e^3(x-1)^2$ **B** : $e^3 + 3e^3(x-1) + \frac{9}{2}e^3(x-1)^2$ **C** : $e^3 + 3e^3x + \frac{9}{2}e^3x^2$
D : $3e^3(x-1) + \frac{9}{2}e^3(x-1)^2$

6. La primitiva
- $F(x)$
- della funzione

$$f(x) = \cos(\ln x)$$

tale che $F(1) = 1$ è data da

Risp.: **A** : $\frac{x}{2}[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)] + \frac{1}{2}$ **B** : $\frac{x}{2}[\cos(\ln x) - \sin(\ln x)] + \frac{1}{2}$ **C** : $\frac{x^2}{2}[\cos(\ln x) - \sin(\ln x)] + \frac{1}{2}$
D : $\frac{x}{2}[1 + \sin(\ln x)] + \frac{1}{2}$

7. Sia \tilde{y} la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 5y' - 6y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 7 \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(1)$ vale

Risp.: A : $e^6 + e^{-1}$ B : $e^6 - 2e^{-1}$ C : $e^6 - e^{-1}$ D : e^6

8. Sia data la funzione

$$f(x) = 3 \ln \left(\frac{\sin x + 1}{\sin x + 2} \right) + \frac{5}{\sin x + 2}$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

(a) $\text{dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{\frac{3}{2}\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ V F

(b) $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}\pi} f(x) = +\infty$ V F

(c) f ammette asintoto orizzontale per $x \rightarrow +\infty$. V F

(d) f è crescente su $[0, \frac{\pi}{6}] \cup [\frac{\pi}{2}, \frac{5}{6}\pi] \cup [\frac{3}{2}\pi, 2\pi]$ V F

(e) $x = \frac{\pi}{2}$ è punto di minimo relativo V F

(f) $x = \frac{5}{6}\pi$ è punto di massimo assoluto V F

9. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.