1. Sia dato il numero complesso

$$z = \left(\frac{\sqrt{3}+i}{1-i\sqrt{3}} \right)^{22}$$

Allora

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $|z| = 1$ e $Arg(z) = \{2k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$ $\boxed{\text{B}}$: $|z| = 2$ e $Arg(z) = \{2k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$ $\boxed{\text{C}}$: $|z| = 1$ e $Arg(z) = \{\frac{\pi}{2} + 2k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$ $\boxed{\text{D}}$: $|z| = 1$ e $Arg(z) = \{\pi + 2k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$

---

2. Il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\left[\sqrt{1+\frac{1}{n}} - \cos\frac{1}{n}\right]\left[\frac{1}{n+3} - \frac{1}{n}\right]}{\log(n^3+2) - \log(n^3+1)}$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $-\frac{3}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $+\infty$ $\boxed{\text{C}}$: $-\frac{2}{3}$ $\boxed{\text{D}}$: 0

---

3. Il limite

$$\lim_{x\to0^+} \frac{1 + \log\sqrt{1+\frac{\sin(x^2)}{x}} - e^{x/2}}{\sin(3x)\,\arctan\frac{x}{3} - e^{-7/x}}$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $-\frac{1}{4}$ $\boxed{\text{B}}$: $-\infty$ $\boxed{\text{C}}$: $-\frac{3}{8}$ $\boxed{\text{D}}$: $-\frac{1}{8}$

---

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. L'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{x-\sin x}{x^{3\alpha}}dx$$

converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{2}{3} < \alpha \leq \frac{4}{3}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{2}{3} < \alpha < \frac{4}{3}$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha > \frac{4}{3}$ $\boxed{\text{D}}$: per nessun valore di α

---

5. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : [0,\pi] \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} (2x-\pi)\left[\tan x + \cos\left(\frac{1}{2x-\pi}\right)\right] & \text{se } x \neq \frac{\pi}{2}, \\ \alpha & \text{se } x = \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Allora f è continua se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha = -1$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha = 1$ $\boxed{\text{C}}$: per nessun valore di α $\boxed{\text{D}}$: $\alpha = -2$

---

6. L'integrale

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{8+\cos^2 x} dx$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{1}{6}\log 2$ $\boxed{\text{B}}$: $\arcsin^2 \frac{1}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{6}\arctan 2$ $\boxed{\text{D}}$: $\arccos \frac{1}{2}$

---

7. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} 2y' + 2\sin(x)y = 3e^{\cos x}\log x \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0. \end{cases}$$

Allora $\lim_{x\to 0^+} \tilde{y}(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\left(1-\log\frac{\pi}{2}\right)e$ $\boxed{\text{B}}$: $-\infty$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{e\pi}{2}\left(1-\log\frac{\pi}{2}\right)$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{3e\pi}{4}\left(1-\log\frac{\pi}{2}\right)$

---

8. Sia data la funzione

$$f(x) = \sqrt{(e^{x-1}-1)^2 + (x-1)^2}.$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

(a) $dom(f) = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $y = -x$ è asintoto obliquo per $x \to -\infty$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $x = 1$ è un punto angoloso $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(e) f è crescente su $]-\infty, 1]$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(f) $f([0,+\infty[) = [0,+\infty[$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

---

9. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.