

1. L'area della regione del piano complesso determinata dalle relazioni

$$\begin{cases} (\operatorname{Re} z)^2 - \frac{3}{2}(z + \bar{z}) + 2 \leq 0 \\ \operatorname{Im} \frac{1}{z} \leq 0 \\ \operatorname{Re} \left[ \frac{z^2}{i \operatorname{Im}(iz)} \right] \leq 3 \end{cases}$$

vale

*Risp.:*  A : 3    B :  $6\pi$     C :  $\frac{3}{2}$     D :  $\ln 3$

2. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2(n+2)^n (n+1)! \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n!}}\right)}{7n^{n+1} - 2^{n+1} + \arctan((n+1)!)}$$

vale

*Risp.:*  A :  $e^2$     B :  $\frac{e^2}{7}$     C :  $\frac{1}{7}$     D :  $\frac{7}{e}$

3. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{x \cos x - x} - 1}{(2x - \sin(2x))^{7\alpha}}$$

esiste finito se e solo se

*Risp.:*  A :  $\alpha \leq \frac{1}{7}$     B :  $\alpha \geq \frac{1}{7}$     C :  $\alpha < \frac{1}{7}$     D :  $\alpha > \frac{1}{7}$

4. Siano  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  le funzioni date da

$$f(x) = x^3 \quad \text{e} \quad g(x) = 2x + 1.$$

Il punto che soddisfa alla conclusione del teorema di Cauchy sull'intervallo  $[0, 1+e]$  è dato da

*Risp.:*  A :  $\frac{[1+e]^2}{2}$     B :  $\frac{1+e}{3}$     C : il teorema di Cauchy non è applicabile    D :  $\frac{1+e}{\sqrt{3}}$

5. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$ . L'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x+2} \ln(x^2+1)} \arctan \frac{(\alpha-3)x+1}{x+e^{-x}} dx$$

converge se e solo se

*Risp.:*  A :  $\alpha \neq 3$     B :  $\alpha = 3$     C :  $\alpha > 3$     D :  $\alpha < 3$

6. Sia  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{e^{2x}}{2 + 2e^x + e^{2x}}$$

tale che  $F(0) = 2 - \arctan 2$ . Il limite  $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x)$  vale

Rispr.:  A :  $\frac{\ln 2 - \ln 5}{2} - \frac{\pi}{4} + 2$   B :  $\frac{\ln 2 - \ln 5}{2} - \frac{\pi}{4}$   C :  $-\frac{\pi}{4} + 2$   D :  $e^2$

---

7. Sia  $\tilde{y}$  la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - xy = -x + \frac{1}{2}x^3 \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

Allora  $\tilde{y}(1)$  vale

Rispr.:  A :  $2e^{\frac{1}{2}}$   B : 2  C :  $2e^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}$   D :  $2\pi$

---

8. Sia data la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{x^2}{\ln|x|-2} & \text{se } x \neq 0 \text{ e } x \neq \pm e^2 \\ 0 & \text{se } x = 0 \text{ o } x = \pm e^2 \end{cases}$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (a)  $f$  ammette un punto di salto in  $x = e^2$  di ampiezza  $\pi$   V  F
  - (b)  $f$  ammette asintoto obliquo a  $-\infty$   V  F
  - (c)  $x = 0$  è un punto angoloso per  $f$   V  F
  - (d) Su  $[0, e^2[$  la funzione  $f$  è decrescente  V  F
  - (e)  $x = e^{\frac{5}{2}}$  è un punto di minimo relativo  V  F
  - (f) L'equazione  $f(x) = -\frac{\pi}{3}$  ammette due soluzioni  V  F
- 

9. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.