Cognome e nome .... Firma ....

Matricola .... Corso di Laurea ....

Prima prova di Analisi Matematica I

Tempo a disposizione: 1 ora e 30 minuti

PUNTEGGI: **Esercizi 1-5**: risposta esatta = +5; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0. **Esercizio 6**: risposta esatta = +1; risposta sbagliata = −0.25; risposta non data = 0.

---

1. Le radici cubiche del numero complesso

$$w = \frac{(1+i)^{40}}{(1-i)^{40}} + 3\left[|1+i|^2 - 1\right]^{100}$$

sono date da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\{\sqrt[3]{4}, \sqrt[3]{4}e^{i\frac{2}{3}\pi}, \sqrt[3]{4}e^{i\frac{4}{3}\pi}\}$ $\boxed{\text{B}}$: $\{\sqrt[3]{4}, -\sqrt[3]{4}, \sqrt[3]{4}i\}$ $\boxed{\text{C}}$: $\{1, e^{i\frac{2}{3}\pi}, e^{i\frac{4}{3}\pi}\}$ $\boxed{\text{D}}$: $\{1, e^{i\frac{1}{3}\pi}, e^{i\frac{2}{3}\pi}\}$

---

2. Sia $A = \left\{\frac{n+1}{1+|16-n|} \,:\, n \in \mathbb{N}\right\}$. Allora

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\min A = \frac{1}{17}$ e $\sup A = 1$ $\boxed{\text{B}}$: $\max A = 17$ e $\min A = \frac{1}{17}$ $\boxed{\text{C}}$: $\max A = 17$ e $\inf A = 1$ $\boxed{\text{D}}$: $\max A = \frac{1}{17}$ e $\inf A = 0$.

---

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Il limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{1+\ln(1+x^2)} - \sqrt{e^{x^2}}}{x^{3\alpha}(\sin x - e^x + \cos x)}$$

esiste finito se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \le \frac{4}{3}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \le 1$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha \le 0$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha \le \frac{2}{3}$

---

4. La serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2+1}{n^4 - e^{-n}} e^{(\alpha+1)n}$$

converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \ge -1$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \le -1$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha < -1$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha > -1$

---

5. Sia F la primitiva di

$$f(x) = x \arctan x + \sqrt{2}\, x^2$$

tale che $F(0) = 1$. Allora $F(1)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{\pi}{4} + 1$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{3}$ $\boxed{\text{C}}$: $\pi + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{3}$ $\boxed{\text{D}}$: $\pi + 1 + \sqrt{2}$

---

6. Sia data la funzione

$$f(x) = \ln x - \ln(x^2 + 1)$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

(a) $dom(f) =]0, +\infty[$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $\lim_{x \to 0} f(x) = -\infty$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $y = x - \ln 2$ è la retta tangente nel punto di ascissa $x_0 = 1$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(e) $\max f = -\ln 2$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$
