

1. Il luogo geometrico A dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\begin{cases} \operatorname{Re}[\bar{z}(z+i)] \leq 2, \\ \operatorname{Im}z \geq \operatorname{Re}z - \frac{1}{2}. \end{cases}$$

è dato da

Risp.: **A** : un semicerchio **B** : una circonferenza **C** : una retta **D** : un semipiano

2. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \left(\tan \frac{1}{n!} - \sin \frac{1}{n!} \right) \ln^2[e^{n!} + 1]}{1 + \frac{1}{n!} - \left(\frac{n!+2}{n!} \right)^2}$$

vale

Risp.: **A** : $-\infty$ **B** : $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ **C** : $\frac{1}{3}$ **D** : $-\frac{1}{3}$

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos x - e^x + x^{7\alpha}}{\arctan^2(\sin x)}$$

esiste finito se e solo se

Risp.: **A** : $\alpha = -\frac{1}{7}$ **B** : $\alpha = 7$ **C** : $\alpha = \frac{1}{7}$ **D** : $\forall \alpha$.

4. Sia $\alpha \geq 0$. La serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{1}{n^2} + \sqrt{1 - n \sin \frac{1}{n}} \right)^{2\alpha}$$

converge se e solo se

Risp.: **A** : converge per $\alpha > \frac{1}{4}$ **B** : converge per $\alpha < \frac{1}{2}$ **C** : converge per $\alpha > \frac{1}{2}$
 D : converge per $\alpha < \frac{1}{4}$

5. Sia data la funzione $f(x) = x - 2$. Il punto dato dal teorema della media sull'intervallo $[0, 3]$ è

Risp.: **A** : 3 **B** : $\frac{3}{2}$ **C** : 2 **D** : il teorema della media non è applicabile

6. L'integrale

$$\int_0^{\pi/4} \sin^2(2x) \cos(2x) e^{\sin(2x)} dx$$

vale

Risp.: **A** : $\frac{e}{2}$ **B** : $\frac{1}{2}$ **C** : $e - 2$ **D** : $\frac{e-2}{2}$

7. Sia \tilde{y} la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \left(\frac{1}{x+2} + \frac{1}{(1+x^2)\arctan x} \right) y \\ y(1) = \frac{3}{4}\pi. \end{cases}$$

Allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\tilde{y}(x)}{x+1}$ vale

Risp.: A : $+\infty$ B : 0 C : $\frac{\pi}{2}$ D : $\frac{1}{2}$

8. Sia data la funzione

$$f(x) = 12e^{-x} - x + 2 \ln |e^x - 2|.$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

(a) $\text{dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{\ln 2\}$. V F

(b) $\lim_{x \rightarrow \ln 2} f(x) = +\infty$ V F

(c) $y = x$ non è asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$. V F

(d) $f'(1) = \frac{e^2 - 10e + 24}{e(e-2)}$ V F

(e) $x = \ln 4$ è punto di minimo relativo V F

(f) $f([0, \ln 4] \cap \text{dom}(f)) =] - \infty, 12]$ V F

9. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.