

1. Il luogo degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$\frac{(z + 2i)(\bar{z} - 2i) - 1}{|z| + 1} \in \mathbb{R}^-$$

è dato

*Risp.:* **A** : dal cerchio di centro  $(0, 0)$  e raggio 1 **B** : dall'insieme vuoto **C** : dal solo punto  $(0, -2)$  **D** : dal cerchio di centro  $(0, -2)$  e raggio 1

2. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\arctan((\alpha - 1)^n) \left(e^{\frac{1}{n}} - 1\right)}{\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1}}$$

vale

*Risp.:* **A** : 0 per ogni  $\alpha$  **B** : 0 se  $0 < \alpha < 2$ ,  $\frac{\pi}{4}$  se  $\alpha = 2$ ,  $\frac{\pi}{2}$  se  $\alpha > 2$ ,  $\nexists$  altrimenti **C** : 0 se  $0 \leq \alpha \leq 2$ ,  $\frac{\pi}{2}$  altrimenti **D** : 0 se  $\alpha < 2$ ,  $\frac{\pi}{4}$  se  $\alpha = 2$ ,  $\frac{\pi}{2}$  se  $\alpha > 2$

3. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x(e^x - 1 - \log(1 + x))^{2\alpha}}{\arctan x - \sin x + x^3}$$

vale

*Risp.:* **A** : 0 se  $\alpha > \frac{1}{2}$ ,  $\frac{6}{5}$  se  $\alpha = \frac{1}{2}$ ,  $+\infty$  se  $\alpha < \frac{1}{2}$  **B** : 0 se  $\alpha < \frac{1}{2}$ ,  $\frac{6}{5}$  se  $\alpha = \frac{1}{2}$ ,  $+\infty$  se  $\alpha > \frac{1}{2}$  **C** : 0 se  $\alpha \geq \frac{1}{2}$ ,  $+\infty$  se  $\alpha < \frac{1}{2}$  **D** :  $\frac{6}{5}$  se  $\alpha = \frac{1}{2}$ ,  $+\infty$  se  $\alpha \neq \frac{1}{2}$

4. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$ . L'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{[\arctan(\log(1 + x^2))]^3}{x^\alpha \log(1 + x^2)}$$

converge per

*Risp.:* **A** :  $\alpha \geq 5$  **B** :  $\alpha \leq 1$  e  $\alpha > 5$  **C** :  $1 < \alpha < 5$  **D** :  $1 \leq \alpha \leq 5$

5. Siano  $\alpha \geq 0$  e  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  data da

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{\alpha-12}{x-3}} & \text{se } x > 3 \\ 1 & \text{se } x = 3 \\ |x-3|^{\alpha-7} & \text{se } x < 3. \end{cases}$$

$x = 3$  è punto di discontinuità eliminabile se e solo se

*Risp.:* **A** :  $7 \leq \alpha \leq 12$  **B** :  $\alpha \geq 12$  **C** :  $\alpha \leq 7$  **D** :  $7 < \alpha < 12$

6. L'integrale

$$\int_0^{1/2} \frac{2x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

vale

Risp.:  A :  $\frac{2}{3} - \frac{3\sqrt{3}}{8}$     B :  $2(\frac{2}{3} + \frac{3\sqrt{3}}{8})$     C :  $2(\frac{2}{3} - \frac{3\sqrt{3}}{8})$     D :  $\frac{3\sqrt{3}}{8}$

---

7. Sia  $\tilde{y}$  la soluzione del problema

$$\begin{cases} y'' - y' - 2y = e^{-x} \\ y(0) = 3 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)e^{-2x} = 1 \end{cases}$$

Allora  $\tilde{y}(1)$  vale

Risp.:  A :  $\frac{5}{3}e^{-1} + e^2$     B :  $\frac{5}{3} + e^2$     C :  $e^{-1} + e^2$     D :  $3e^2$

---

8. Sia data la funzione

$$f(x) = 2\sqrt{2}x - \sqrt{|4e^x - 6|}$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (a)  $dom(f) = \mathbb{R}$     V    F  
(b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$     V    F  
(c)  $f$  è inferiormente limitata    V    F  
(d)  $y = 2\sqrt{2}x - \sqrt{6}$  è asintoto obliquo per  $x \rightarrow -\infty$     V    F  
(e)  $f$  è sempre derivabile nel suo dominio    V    F  
(f)  $x = \log 6$  è punto di massimo relativo    V    F
- 

9. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.