1. Il luogo dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che
$$Re\left(|z|^2 - 2i\bar{z}\right) + (z-i)^2 = 3$$
è dato da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: tre punti $\boxed{\text{B}}$: due rette $\boxed{\text{C}}$: tre rette $\boxed{\text{D}}$: due punti

2. Sia $\alpha > 0$. Il limite
$$\lim_{n\to+\infty} \frac{[\ln(n+1)^n + \sin(n!)]\left[\tan\frac{1}{n} - \frac{1}{n}\right]}{(n+e^{-n})^2\left[\sqrt{n^{2\alpha}+7} - n^\alpha\right]}$$
esiste finito se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \leq 4$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha > 4$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha < 4$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha \geq 4$

3. Il limite
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x^2} - e^x - 2x}{3e^x - x^3}$$
vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $+\infty$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{3}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{e^{-1/2}-1}{3}$ $\boxed{\text{D}}$: 0

4. Sia $\alpha \geq 0$. La serie
$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{7^{n^2} + \sqrt{n}}{[\alpha^n + 7^n]^n}$$
converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha > 7$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \geq 7$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha < 7$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha \leq 7$

5. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da
$$f(x) = \begin{cases} [\ln(e^x - 2)]^{\alpha-1} & \text{se } x > \ln 3 \\ 0 & \text{se } x = \ln 3 \\ [\ln 3 - x]^{\alpha-1} & \text{se } x < \ln 3. \end{cases}$$
Allora f ammette un punto di cuspide in $x = \ln 3$ se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha > 2$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha < 1$ $\boxed{\text{C}}$: $1 < \alpha < 2$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha < 2$

6. Sia $F:]0,\infty[\to\mathbb{R}$ la primitiva di

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}\ln\left(\frac{2\,x}{1+x}\right)$$

tale che $F(1)=0$. Allora $\lim_{x\to 0^+}F(x)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: π $\boxed{\text{B}}$: $-\ln 2+\frac{\pi}{2}$ $\boxed{\text{C}}$: $2\ln 2+\pi$ $\boxed{\text{D}}$: $-\pi$

---

7. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''-4y=e^{2x}, \\ y(0)=0, \\ y'(0)=3\pi+\frac{1}{4} \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(\frac{1}{2})$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: e $\boxed{\text{B}}$: $\frac{e}{8}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{3\pi}{4}\,(e-e^{-1})$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{3\pi}{4}\,(e-e^{-1})+\frac{e}{8}$

---

8. Sia data la funzione

$$f(x)=\frac{x}{2}+\arctan\left(\frac{|x|}{x-2}\right).$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

(a) $dom(f)=\mathbb{R}\setminus\{2\}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) $\lim_{x\to 2^-}f(x)>0$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $y=\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}$ è asintoto obliquo per $x\to-\infty$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) $x=0$ è un punto di cuspide $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(e) f è decrescente su $[0,2[$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(f) $Im(f)=\mathbb{R}$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

---

9. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.