

1. Il luogo dei punti del piano di Gauss definito dall'insieme dei numeri complessi

$$\{z \in \mathbb{C} : 2(\bar{z}^2 + |z|^2) + 3iz \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}\}$$

è dato da

Risp.: A : una semiretta B : tre semirette C : due semirette D : due rette

2. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n \left(e^{\sqrt[n]{n}-1} - 1 \right)}{7 \log n}$$

vale

Risp.: A : 0 B : $+\infty$ C : $1/7$ D : 7

3. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} + \log\left(\frac{1+x}{e}\right)}{2(\cosh x - 1) \sinh x}.$$

vale

Risp.: A : $-1/6$ B : $1/3$ C : $-1/3$ D : $1/6$

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie numerica

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \left(e^{(\alpha-7)n} \frac{\sqrt{n}}{n^2+1} + \frac{\log(n^n)}{n^{\alpha+2}(\log n)^3} \right)$$

converge se e solo se

Risp.: A : $0 \leq \alpha < 7$ B : $\alpha \leq 7$ C : $\alpha \geq 0$ D : $0 \leq \alpha \leq 7$

5. Sia $F :]\frac{1}{2}, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la primitiva di

$$f(x) = \frac{1}{2x\sqrt{2x-1}}$$

tale che $F(1) = 0$. Allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$ vale

Risp.: A : $\frac{\pi}{8}$ B : $\frac{1}{4}$ C : $\frac{\pi}{4}$ D : $\frac{\pi}{2}$

6. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} e^{x^2} - \cos x & \text{se } x \leq 0 \\ x^{\alpha-1} \cos \frac{1}{x} & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Allora

Risp.: A : f è derivabile in $x = 0$ se e solo se $\alpha > 3$ B : f è derivabile in $x = 0$ se e solo se $\alpha > 2$ C : f è derivabile in $x = 0$ se e solo se $\alpha > 1$ D : f non è mai derivabile in $x = 0$

7. Sia \tilde{y} la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{4x\sqrt{y}}{3} \log(1+x^2), \\ y(0) = \frac{1}{9} \end{cases} .$$

Allora $\tilde{y}(1)$ vale

Risp.: **A** : $\frac{4\log^2 2}{9}$ **B** : $\frac{\log^2 2}{9}$ **C** : $\frac{1}{9}$ **D** : $\frac{4\log^2 2}{3}$

8. Sia f la funzione definita da:

$$f(x) = \log(1 + \arctan|x-2|) + \frac{4}{\pi+4} \arctan(x-2).$$

Delle seguenti affermazioni

(a) Il dominio di f è \mathbb{R} (b) il dominio di f è $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ (c) f ammette asintoto orizzontale per $x \rightarrow +\infty$ (d) f ammette asintoto obliquo per $x \rightarrow -\infty$ (e) f è limitata (f) f è pari

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : (a), (d), (f) **B** : (a), (c), (d) **C** : (a), (c), (e) **D** : (b), (c), (e)

9. Sia f la funzione dell'esercizio 8. Tenendo presente che $\log(1 + \frac{\pi}{2}) > \frac{2\pi}{\pi+4}$, delle seguenti affermazioni

(a) $f'(2) = \frac{4}{\pi+4} + 1$ (b) f ammette un punto angoloso per $x = 2$ (c) $x = 1$ è un punto di massimo relativo (d) $x = 0$ è un punto di massimo relativo (e) f è crescente su $[2, +\infty[$ (f) $x = 2$ è minimo assoluto di f

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : (b), (c), (e), (f) **B** : (a), (d), (e), (f) **C** : (b), (d), (e) **D** : (b), (d), (f)

10. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.