

1. Si consideri nell'insieme dei numeri complessi l'equazione

$$(z^2 - 49i)(z^4 - 7) = 0.$$

Allora il numero di soluzioni con parte reale strettamente positiva è

Risp.: A : una B : sei C : quattro D : due

2. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Il limite della successione

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^\alpha \log(n^2 + 7) - 2n^\alpha \log n)$$

esiste finito se e solo se

Risp.: A : $\alpha \leq 2$ B : $\alpha > 2$ C : $\alpha < 2$ D : $\alpha \geq 2$

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie numerica

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{2-\alpha}{2} \right)^n$$

converge assolutamente se e solo se

Risp.: A : $\alpha > 0$ B : $0 < \alpha < 4$ C : $0 < \alpha \leq 4$ D : $\alpha \leq 4$

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x-2} - 3 \log^2(1 + \sqrt[3]{x-2})}{|\sinh(x-2) - \sin(x-2)|^\alpha}$$

vale zero se e solo se

Risp.: A : $\alpha \leq 1/9$ B : $\alpha < 2/9$ C : $\alpha \geq 2/9$ D : $\alpha < 1/9$

5. L'integrale

$$\int_4^9 \frac{1 + e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

vale

Risp.: A : $1 + e^3 - e^2$ B : $\ln(1 + e^3 - e^2)$ C : $2(1 + e^3 - e^2)$ D : $e^3 - e^2$

6. Sia \tilde{y} la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x^5 y' + 7x^4 y = x^4 - 1, \\ y(1) = 0 \end{cases}.$$

Allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} \tilde{y}(x)$ vale

Risp.: A : 0 B : $+\infty$ C : $\frac{6}{7}$ D : $\frac{1}{7}$

7. Sia (a_n) una successione reale. Delle seguenti affermazioni

(a) (a_n) limitata implica (a_n) convergente (b) $a_n \rightarrow +\infty$ implica che $a_{n_k} \rightarrow +\infty$ per ogni sottosuccessione (a_{n_k}) (c) (a_n) è convergente se e solo se è di Cauchy (d) $a_n \rightarrow 0$ implica che $a_n \geq 0$ (e) $a_n \rightarrow -2$ implica (a_n) limitata

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (c), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (d) $\boxed{\text{C}}$: (b), (d), (e) $\boxed{\text{D}}$: (a), (b), (e)

8. Sia f la funzione definita da:

$$f(x) = x - 2 \log(1 + x^2) + 2 \arctan |x|.$$

Delle seguenti affermazioni

(a) Il dominio di f è $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ (b) f è pari (c) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$ (d) f non ammette asintoto obliquo per $x \rightarrow -\infty$ (e) f è continua nel suo dominio (f) f ammette asintoto verticale per $x = \pi/2$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (b), (e) $\boxed{\text{B}}$: (b), (c), (e), (f) $\boxed{\text{C}}$: (c), (d), (f) $\boxed{\text{D}}$: (c), (d), (e)

9. Sia f la funzione dell'esercizio 8. Delle seguenti affermazioni

(a) f è derivabile per $x \neq 0$ (b) $x = 0$ è punto di cuspidale (c) f è crescente sugli intervalli $] -\infty, 2 - \sqrt{5}[$, $]0, 1[$, $]3, +\infty[$ (d) $x = 3$ è un punto di minimo relativo (e) $f([1, +\infty[) = [1 - 2 \ln 2 + \frac{1}{2}\pi, +\infty[$ (f) $x = 0$ è un punto di massimo relativo

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (a), (c), (d), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (d) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b), (e) $\boxed{\text{D}}$: (b), (d), (f)

10. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.