

1. Il luogo dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\frac{\operatorname{Re}(ze^{i\pi/4})[(z+6)\bar{z} + |z+6|^2]}{7z+1+i} = 0$$

è dato da

Risp.: A : due punti uniti ad una retta privata di un punto B : due punti uniti ad una retta
 C : una retta D : un punto unito ad una retta

2. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{1 + \frac{7}{n}} - 1}{(n^2 + \frac{\cos(n!)}{n}) \cdot (\frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n})}$$

vale

Risp.: A : 0 B : 14 C : 7 D : 42

3. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log\left(\frac{1+x}{1+3x}\right) + 2 \sin x}{\cosh(3x) - \cos(3x)}$$

vale

Risp.: A : $+\infty$ B : 1/9 C : 4/3 D : 4/9

4. Siano $\alpha > 0$ e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{\pi}{2} - \arctan \frac{1}{x-7}\right)^\alpha & \text{se } x > 7 \\ 0 & \text{se } x = 7 \\ \left(\frac{\pi}{2} + \arctan \frac{1}{x-7}\right)^\alpha & \text{se } x < 7. \end{cases}$$

Allora in $x = 7$

Risp.: A : f è derivabile per $\alpha > 1$, ammette un punto angoloso per $\alpha = 1$ e un punto di cuspidità per $0 < \alpha < 1$ B : f è derivabile per $\alpha > 1$, ammette un punto di cuspidità per $\alpha = 1$ e un punto di angoloso per $0 < \alpha < 1$ C : f è derivabile per $\alpha > 2$, ammette un punto di cuspidità per $\alpha = 2$ e un punto a tangente verticale per $0 < \alpha < 2$ D : f non è continua

5. Sia $\beta \in \mathbb{R}$. Allora l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^\beta (e^x - 1)}{\sinh x + \sqrt{x}} dx$$

converge se e solo se

Risp.: A : $\beta > -3/2$ B : $\beta \geq -3/2$ C : $\beta < -1$ D : $-3/2 < \beta < -1$

6. L'integrale

$$\int_2^3 \frac{3x^2 - 3x + 2}{(x-1)^2(x+1)} dx$$

vale

Rispr.: A : $\log 2 + \frac{1}{2}$ B : $\frac{1}{2} + 2 \log \frac{4}{3}$ C : $\log 2 + \frac{1}{2} + 2 \log \frac{4}{3}$ D : $\log 3 + \frac{3}{2} + \log \frac{4}{3}$

7. Sia \tilde{y} la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + y = \sqrt{e^x + 1} \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

Allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\tilde{y}(x)}{2e^{x/2}}$ vale

Rispr.: A : 0 B : 3 C : 1/2 D : 1/3

8. Sia data la funzione

$$f(x) = \log(e^{|x|} - 1) + 2e^{-x} + 1.$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

(a) $\text{dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ V F

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ V F

(c) $y = x - 1$ è asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$ V F

(d) La retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x_0 = -\log 2$ è $y = -6x + 5 + 6 \log 2$ V F

(e) f è decrescente su $]0, +\infty[$ V F

(f) L'equazione $f(x) = 7$ ammette due soluzioni V F

9. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.