1. Il luogo dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$2|z(2+i)|^2 = z^2 + \bar{z}^2 + 4$$

è dato da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: una circonferenza $\boxed{\text{B}}$: due rette $\boxed{\text{C}}$: un'ellisse $\boxed{\text{D}}$: un'iperbole

---

2. Il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\left[\sqrt[3]{1+\frac{3n!}{n^n}}-1\right]\left[(n+2)^n - e^n\right]}{\frac{1}{3}n! - n\sin(n+1)}$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 3 $\boxed{\text{B}}$: $3e^2$ $\boxed{\text{C}}$: $3e^3$ $\boxed{\text{D}}$: $+\infty$

---

3. Il limite

$$\lim_{x\to0^+} \frac{\left(\frac{\sin x}{x} - 1 + x^2\right)\ln(3x)}{x^{5x^2}-1}$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{1}{6}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{5}$ $\boxed{\text{C}}$: $-\infty$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{3}{e^5}$

---

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Allora la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\left[\frac{7}{n} - \ln\left(\frac{n+7}{n}\right)\right]^{\alpha-3}$$

converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\alpha \geq \frac{7}{2}$ $\boxed{\text{B}}$: $\alpha \leq 4$ $\boxed{\text{C}}$: $\alpha > 4$ $\boxed{\text{D}}$: $\alpha > \frac{7}{2}$

---

5. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \frac{1}{1+e}x^3.$$

Allora le rette tangenti al grafico di f passanti per il punto $(-2, 0)$ hanno coefficiente angolare

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\left\{0, \frac{1+e}{27}\right\}$ $\boxed{\text{B}}$: $\left\{0, \frac{27}{1+e}\right\}$ $\boxed{\text{C}}$: $\left\{0, \frac{1}{1+e}\right\}$ $\boxed{\text{D}}$: $\left\{0, -\frac{27}{1+e}\right\}$

---

6. L'integrale

$$\int_{-1}^{2} \frac{2x+6}{x^2+2x+4}\,dx$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\ln 4$ $\boxed{\text{B}}$: $\ln 4 + \frac{1}{\sqrt{3}}\arctan\sqrt{3}$ $\boxed{\text{C}}$: $\ln 4 + \frac{4}{\sqrt{3}}\arctan\sqrt{3}$ $\boxed{\text{D}}$: $\ln 4 + 4\arctan\sqrt{3}$

---

7. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y = \cos(2x) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(\pi/4)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{1}{2} + \frac{\pi}{16}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{16}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $-\frac{1}{2} + \frac{\pi}{16}$

---

8. Sia data la funzione

$$f(x) = 7\sin\left[\frac{\pi}{2}(|x| - x)\right] + 2\ln\left[x(|x| + x) + 1\right].$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

(a) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ non esiste $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(b) La retta tangente nel punto di ascissa $x = -1$ ha equazione $y = -7\pi(x + 1)$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(c) $x = 0$ è un punto angoloso $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(d) Su $[0, +\infty[$ f è decrescente $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(e) Sull'intervallo $\left[\frac{1}{\sqrt{2}}, +\infty\right[$ risulta $f'' \le 0$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

(f) $Im(f) = [-7\pi, +\infty[$ $\boxed{\text{V}}$ $\boxed{\text{F}}$

---

9. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.