1. La forma esponenziale del numero complesso

$$z = 6\left(\frac{-1 - i\sqrt{3}}{\sqrt{3}(\sqrt{3}+i)}\right)^2$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $z = 2e^{\frac{\pi}{3}i}$ $\boxed{\text{B}}$: $z = e^{\frac{\pi}{3}i}$ $\boxed{\text{C}}$: $z = 2e^{\frac{\pi}{4}i}$ $\boxed{\text{D}}$: $z = 2e^{\frac{\pi}{6}i}$

---

2. Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\log\left(1+\frac{7}{n^\alpha}\right)[(n+1)! - n!]}{n! + \cos^2(7n)}$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 se $\alpha < 1$, 7 se $\alpha = 1$, $+\infty$ se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{B}}$: 0 se $\alpha \leq 1$, $+\infty$ se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{C}}$: 0 se $\alpha > 1$, 7 se $\alpha = 1$, $+\infty$ se $\alpha < 1$ $\boxed{\text{D}}$: 0 se $\alpha > 1$, $+\infty$ se $\alpha \leq 1$

---

3. Il limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{-2e^{2x} + 2 + \log(1+4x)}{x\sin x}.$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: -4 $\boxed{\text{B}}$: -12 $\boxed{\text{C}}$: 12 $\boxed{\text{D}}$: -8

---

4. L'integrale

$$\int_{e^{-1}}^{3} \frac{\log(x^2)}{x^2}\,dx\,,$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\log 3 + 1$ $\boxed{\text{B}}$: $-\frac{2}{3}\log 3$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{2}{3}[\log 3 + 1]$ $\boxed{\text{D}}$: $-\frac{2}{3}[\log 3 + 1]$

---

5. L'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sinh x}{e^{\beta x}x^{\beta/2}}\,dx\,.$$

converge se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $1 < \beta < 4$ $\boxed{\text{B}}$: $1 \leq \beta < 4$ $\boxed{\text{C}}$: $1 < \beta \leq 4$ $\boxed{\text{D}}$: $\beta > 4$

---

6. Sia $f : [2,3] \to \mathbb{R}$ continua, derivabile in $]2,3[$ e tale che $f(2)f(3) < 0$. Delle seguenti affermazioni

(a) f è limitata in $[2,3]$ (b) $\exists c \in]2,3[$ tale che $f'(c) = 0$ (c) $\exists c \in]2,3[$ tale che $f(c) = 0$ (d) $|f|$ è continua (e) f è crescente (f) f non ha estremo inferiore finito le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (c), (d), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c), (d) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b), (e) $\boxed{\text{D}}$: (b), (c) , (f)

---

7. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y = [\frac{1}{4} + 4]e^{x/2}\,, \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1\,. \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}\,(\pi)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: -1 $\boxed{\text{B}}$: $e^{\frac{\pi}{2}}$ $\boxed{\text{C}}$: $1 + e^{\frac{\pi}{2}}$ $\boxed{\text{D}}$: $-1 + e^{\frac{\pi}{2}}$

---

8. Sia f la funzione definita da:

$$f(x) = \frac{1}{1 - 2\sin x} \exp\left(\frac{1}{2\sin x - 1}\right)\,.$$

Sia $g := f_{|[0,2\pi]}$ la restrizione di f all'insieme $[0, 2\pi]$. Delle seguenti affermazioni

(a) Il dominio di g è $[0, 2\pi]$ (b) il dominio di g è $[0, \frac{\pi}{6}[\cup]\frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi[\cup]\frac{5}{6}\pi, 2\pi]$ (c) $\lim_{x\to\frac{\pi}{6}} g(x) = -\infty$ (d) $x = \frac{5}{6}\pi$ è asintoto verticale di g (e) g è limitata su $[0, 2\pi]$ (f) $\lim_{x\to\frac{5}{6}\pi^+} g(x) = 0$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (d), (f) $\boxed{\text{B}}$: (b), (e), (f) $\boxed{\text{C}}$: (b), (c), (d) $\boxed{\text{D}}$: (a), (e), (f)

---

9. Sia g la funzione dell'esercizio 8. Delle seguenti affermazioni

(a) $\mathrm{dom} g = \mathrm{dom} g'$ (b) g è crescente in $]\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]\cup]\frac{5}{6}\pi, \pi] \cup [\frac{3}{2}\pi, 2\pi]$ (c) $x = \pi$ è un punto di minimo relativo (d) $x = \frac{3}{2}\pi$ è punto di minimo relativo (e) f è positiva su $[0, \frac{\pi}{6}[\cup]\frac{5}{6}\pi, 2\pi]$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (c), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (c) $\boxed{\text{C}}$: (a), (b), (d), (e) $\boxed{\text{D}}$: (c), (d), (e)

---

10. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.