

1. Il luogo geometrico dato dagli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\operatorname{Re} \frac{i(z^2 + (\operatorname{Im} z)^2) - z}{e^{i\frac{3}{2}\pi}(z\bar{z} - 7e^{4\pi i})} = 0$$

è dato da

Risp.: A : una parabola B : due punti C : una parabola privata di due punti D : una circonferenza privata di quattro punti

2. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^{\frac{7}{\sqrt{n}}} - 1 + 3^{-n}}{(\sqrt{n+7} - \sqrt{n}) \ln[(n+1)^3]}$$

vale

Risp.: A : $\frac{1}{3}$ B : $\frac{2}{3}$ C : e^7 D : 3

3. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 [\ln(1 + 2x^2) - x \arctan(2x)] + 4x^4}{\sinh(2x) - \sin(2x)}$$

vale

Risp.: A : 0 B : $\frac{2}{3}$ C : 3 D : $+\infty$

4. Siano $\alpha > 0$ e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} \arctan\left(x^2 \left(\frac{\alpha}{3}\right)^{\frac{1}{x}}\right) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Allora in $x_0 = 0$

Risp.: A : f ammette un punto di salto se $\alpha \neq 3$ ed ammette un punto di cuspidale per $\alpha = 3$
 B : f ammette un punto a tangente verticale per ogni α C : f ammette un punto di salto se $\alpha > 3$ ed un punto angoloso per $\alpha \leq 3$ D : f ammette un punto di salto se $\alpha \neq 3$ ed è derivabile per $\alpha = 3$

5. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3\alpha - \cos \frac{1}{\sqrt[8]{n}}}{\sqrt{n} + \arctan(7n)}$$

Risp.: A : converge se e solo se $\alpha = \frac{1}{3}$ B : diverge per ogni α C : converge se e solo se $\alpha \neq \frac{1}{3}$ D : converge se e solo se $\alpha > \frac{1}{3}$

6. L'integrale

$$\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} [\cos^3(x) - \sin^3(x)] dx$$

vale

Risp.: A : $2 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$ B : 0 C : $2 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) - \frac{2}{3} \sin^3\left(\frac{\pi}{3}\right)$ D : $\cos^3\left(\frac{\pi}{3}\right)$

7. Sia \tilde{y} la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - y = \sin(2x) \\ y(0) = 4 \\ y'(0) = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

Allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} \tilde{y}(x)$ vale

Risp.: A : 2 B : $2e$ C : non esiste D : $\cos 4$

8. Sia data la funzione $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{x - 2 + |x|}{e^{\frac{1}{x}}}$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (a) f ammette asintoti verticali V F
 - (b) $y = 2x - 2$ è asintoto obliquo di f a $+\infty$ V F
 - (c) f ammette asintoto orizzontale a $-\infty$ V F
 - (d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = -\infty$ V F
 - (e) $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ è punto di minimo locale V F
 - (f) L'equazione $f(x) = 7$ non ammette soluzioni V F
-

9. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.