

1. Sia A l'insieme dei numeri complessi $z \in \mathbb{C}$ tali che, detto

$$w = z \left(\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}} - 3\bar{z} \right) - \operatorname{Re}(z) \left(\left| e^{\frac{3}{\sqrt{2}}i\pi} \right| - i \right) - 3\operatorname{Im}(z)\operatorname{Re}(iz),$$

si ha $\operatorname{Re}(w) \geq 0$ e $\operatorname{Im}(w) \leq 3$. L'area di A vale

Risp.: A : 4 B : 2π C : 6 D : 3π

2. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\cosh\left(\frac{n!}{n^{7n}}\right) - \cos\left(\frac{n!}{n^{7n}}\right)}{1 + \log\left(1 + \frac{(n+1)!}{(n+1)^{7n+1}}\right) - \exp\left(\frac{(n+1)!}{(n+1)^{7n+1}}\right)}$$

vale

Risp.: A : $-e^7$ B : e^7 C : 1 D : $-e^{14}$

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^\alpha}{\log^2 n} \left(\frac{1}{n} - \sin\left(\frac{1}{n}\right) \right)^2$ converge se e solo se

Risp.: A : $\alpha \leq 6$ B : $\alpha \leq 5$ C : $\alpha < 5$ D : $\alpha < 6$

4. Il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(2x + \arctan(7x)) - \log(2x)}{\frac{1}{x} - \frac{\sin(2x)}{x^2}}$ vale

Risp.: A : $\frac{\pi}{4}$ B : 0 C : $-\infty$ D : $-\frac{\pi}{4}$

5. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = x^3 - 5x.$$

Relativamente all'intervallo $[0, \sqrt{5}]$, il punto che soddisfa alla conclusione del teorema di Rolle è

Risp.: A : $\sqrt{\frac{5}{2}}$ B : non è applicabile il teorema di Rolle C : $\sqrt{\frac{5}{3}}$ D : 0

6. L'integrale $\int_0^{\pi/4} \frac{(\tan x)^{\frac{1}{2}} - 1}{\cos^2 x} dx$ vale

Risp.: A : $\frac{1}{3}$ B : $-\frac{1}{3}$ C : $\frac{1}{2}$ D : $\frac{2}{3}$

7. Sia \tilde{y} la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{-\sin(2x)}{3+\cos^2 x} (1 + e^{-y}) \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \log 2. \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(\pi)$ vale

Risp.: A : $-\log 2$ B : $\frac{\sqrt{3}}{2} \log 3$ C : 0 D : $\log 3$

8. Sia data la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{\log x - 3} - \frac{1}{3} |\log x - 3|$$

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (a) $\text{dom}(f) = \mathbb{R}$ V F
 - (b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ V F
 - (c) f non ammette asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$ V F
 - (d) $x = e^3$ è un punto di cuspidè V F
 - (e) $x = e^4$ è un punto di flesso V F
 - (f) L'immagine dell'intervallo $[e^3, +\infty[$ è data da $]-\infty, \frac{2}{3}]$ V F
-

9. Disegnare il grafico approssimativo della funzione dell'esercizio 8 nell'apposito spazio sul foglio precedente.
